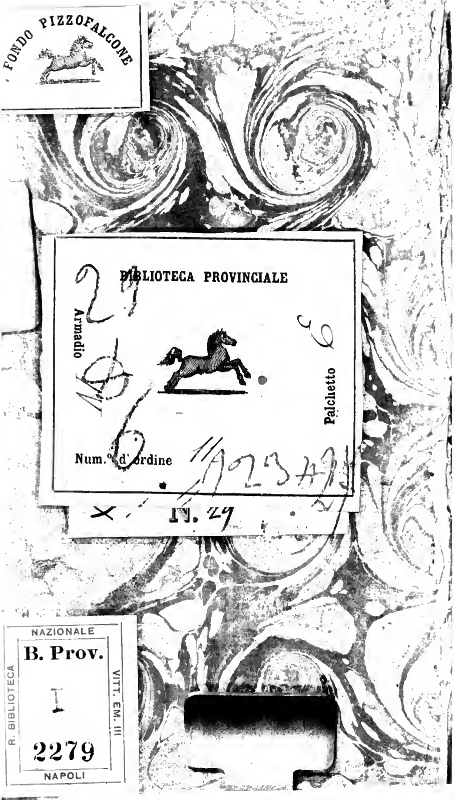





A MONSEIGNEUR
MONSEIGNEUR
LE MARQUIS
DE LOUVOIS
Ministre et Secretaire
d'Estat, commandeur
et Chancelier des
ordres du Roy, sur
intendant et ordon-
nateur general des
France !
MONSEI
NAPOLI

TRAITÉ
DE
GÉOMÉTRIE
THEORIQUE ET PRATIQUE,
À L'USAGE DES ARTISTES:

Par SEBASTIEN LE CLERC, *Chevalier Romain, Dessinateur & Graveur du Cabinet du Roi, Professeur de Géométrie & de Perspective dans l'Académie Royale de Peinture & de Sculpture.*

NOUVELLE ÉDITION.



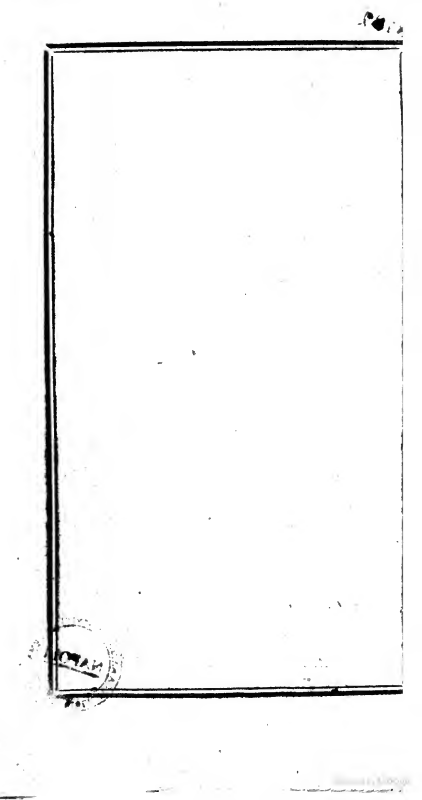
A PARIS, RUE DAUPHINE:

Chez CH. ANT. JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. LXXIV.

Avec Approbation & Privilege du Roi.





AVERTISSEMENT
DU LIBRAIRE.

QUOIQUE depuis plus de ſoixante années que cet Ouvrage parut pour la premiere fois, on ait imprimé un ſi grand nombre de Livres ſur les Mathématiques & ſur la Géométrie, qu'il ſemble que celui-ci devienne inutile ; je crois cependant faire au Public un préſent digne de lui, en lui offrant une nouvelle édition de ce Livre qui eſt toujours recherché avec le même empreſſement, & qui a beaucoup d'avantage ſur tous ceux qui ont paru depuis. Les uns s'en tenant à la pure ſpéculation, n'ont fait qu'entaſſer quantité de Théorêmes & de Propoſitions les unes ſur les autres, dont la plûpart n'ont d'autre mérite que de groſſir inutilement le Livre, & d'ennuyer le Lecteur. Les autres ſe contentant d'une pratique ſimple & groſſiere, rapportent pluſieurs opérations, ſans rendre raiſon des principes qui en ſont les fondemens. Dans ce Traité, l'Auteur attentif à éviter ces deux extrêmités, a ſçu joindre avec art la Théorie à la Pratique. Il a cherché à être intelligible par-tout, & à ſe rendre utile principalement aux Artiſtes dont la Profeſſion

exige quelque connoiſſance de la Géométrie, comme les Peintres, les Architectes, les Ingénieurs, Deſſinateurs, Arpenteurs, &c. Dans cette intention il s'eſt renfermé dans les choſes d'uſage & qui tendent à la pratique, & il les explique avec une brieveté & une netteté admirables.

On trouve donc ici le précis des Elémens d'Euclide, qui ſont fort utiles dans la pratique des Arts, & l'on y eſt entré dans un aſſez grand détail pour en faciliter l'intelligence aux jeunes gens, ſans une grande contention d'eſprit. On y donne enſuite le Toiſé des Superficies & des Solides; la doctrine des Triangles par le calcul; la maniere de lever les Plans, de dreſſer les Cartes, & de faire les principales opérations de la Géométrie ſur le terrein; avec la deſcription & l'uſage des Inſtrumens qu'on y emploie le plus ordinairement, comme la Planchette, le demi-Cercle, & le Compas de Proportion. L'Auteur s'eſt attaché ſur-tout à rendre cet Ouvrage clair & facile, pour le mettre à la portée des jeunes gens qu'il avoit en vue d'inſtruire; & l'on peut dire que c'eſt en quoi il a le mieux réuſſi. En effet, la brieveté des Définitions, la ſolidité de ſes principes, l'ordre & l'enchaînement de

ſes Propoſitions, peuvent conduire en peu de tems les Etudians à ce qu'il y a de plus élevé & de plus ſçavant dans la Géométrie : & ce qui le rend préférable à quantité d'autres Traités de même eſpece beaucoup plus étendus, c'eſt qu'il eſt impoſſible de lire ce Livre avec quelqu'attention, ſans devenir en même-tems Géometre.

Connoiſſant donc tout le mérite de cet Ouvrage, j'ai apporté tous mes ſoins pour que la beauté de l'exécution répondît à l'excellence de la matiere qui y eſt traitée; & à l'imitation de M. le Clerc, qui avoit orné la premiere édition de pluſieurs payſages faits avec un goût admirable, j'ai fait graver en cuivre toutes les figures du Livre qui n'étoient qu'en bois dans l'édition précédente, & l'on a ajouté au bas de chaque planche des petits ſujets groteſques & des payſages, deſſinés & gravés par les plus célebres Graveurs. Ces figures, outre l'avantage d'amuſer agréablement par la variété de leurs ſujets, ſerviront encore à former la main aux jeunes gens, qui pour ſe délaſſer de l'étude ſérieuſe de la Géométrie, pourront s'exercer à les imiter à la plume. Pour rendre cette nouvelle édition plus digne encore de l'accueil favorable que le

Public a daigné faire à la précédente, j'y ai ajouté six nouveaux petits sujets gravés d'après les desseins de M. *Cochin*. Et comme je me suis apperçu que tout le mérite des compositions de cet Artiste célèbre, ajoutées au bas de chaque Planche, dans l'édition précédente, n'empêchoit pas qu'on ne regrettât encore la perte des gravures dont M. *le Clerc* avoit orné le dernier Chapitre de cet Ouvrage, dans l'édition qu'il en fit en 1690; j'ai recouvré, enfin, les *Planches originales* de cet excellent Graveur, & je les ai jointes à cette nouvelle édition, au nombre de dix-sept Planches, y compris le Frontispice, dessinées & gravées par M. *le Clerc*. Cette augmentation considérable & inattendue, donnera sans doute à cette nouvelle édition un grand avantage sur la premiere, & dédommagera en quelque sorte du mérite des premieres épreuves, qui a excité l'empressement des connoisseurs pour l'édition précédente.

Nous ne pouvons terminer plus à propos cet Avertissement, ni mieux justifier l'estime particuliere qu'on a toujours faite de ce *Traité de Géométrie*, qu'en rapportant ici en peu de mots l'éloge historique de son illustre Auteur. On y verra que cet Ouvrage

qui lui a tant fait d'honneur, eſt le fruit de plus de trente années de travail, & qu'il ne s'eſt déterminé à le faire paroître, qu'après avoir long-tems donné des leçons publiques ſur cette Science, dans l'Académie de Peinture & de Sculpture. Enfin, les gens d'Art y voyant la route qu'il a tenue pour s'élever à l'immortalité, ſe ſentiront ſans doute animés d'une noble émulation, & feront tous leurs efforts pour ſuivre un ſi bel exemple.



APPROBATION.

J'AI lû par ordre de Monſeigneur le Chancelier, *La Géométrie de M. Sebaſtien le Clerc.* On trouvera ici la Théorie & la Pratique, avec des méthodes d'approximation pour la pratique des Problêmes que la Géométrie n'a pu réſoudre exactement. Fait à Paris, ce 13 Septembre 1738.

MONTCARVILLE.

Le Privilege ſe trouve à la fin de l'Aſtronomie Phyſique *de* Gamaches.

AVIS AU RELIEUR.

Les trente-neuf Planches des neuf premiers Chapitres de ce Traité de Géométrie, *doivent ſe placer à la fin de chaque Chapitre : on conſervera le papier blanc pour les faire ſortir hors du Livre, en les pliant en trois, ſuivant l'uſage ; & pour ne point gâter les Gravures, on fera le dernier pli ſur le bord de la Planche. A l'égard des ſeize autres Planches, qui ont rapport au dernier Chapitre, comme elles ne ſont point tirées pour ſortir hors du Livre, on aura ſoin de les placer chacune vis-à-vis la page indiquée au haut de chaque Planche.*



ABRÉGÉ

DE LA VIE

DE

SEBASTIEN LE CLERC.

SEBASTIEN le Clerc nâquit à Metz le 26 Septembre 1637. Son grand-pere, qui étoit Noble Lorrain & Secrétaire de la Princesse de Tarente, vers l'an 1580, fut obligé de sortir de Nancy, & de se refugier à Metz, pour éviter les recherches qu'on faisoit alors contre la Religion Protestante qu'il avoit embrassée. Ce contre-tems ayant dérangé les affaires de sa famille, le plus jeune de ses enfans, nommé Laurent le Clerc, né en 1590, fut placé chez un Orfévre à Metz, & vint ensuite à Paris vers l'an 1610. Il travailloit à Lyon durant la fameuse peste qui affligea cette Ville en 1635. De-là, il revint à Metz, où il s'établit, & y mou-

rut en 1695, âgé de 105 ans. Il laissa une fille & un fils nommé Sebastien le Clerc, dont nous allons parler.

Son pere, qui étoit fort habile dans sa profession, lui apprit à dessiner de fort bonne heure, & il avoit de si grandes dispositions pour le dessein, qu'il en donnoit à son tour des leçons à l'âge de dix ou douze ans. On conserve entr'autres un petit dessein de lui, représentant un enfant couché sur le dos, sur lequel son pere avoit écrit qu'il n'avoit que huit ans quand il le fit. M. le Clerc s'appliqua si jeune à la Gravure, qu'il ne pouvoit se souvenir quel âge il avoit quand il commença à graver. La premiere piece qu'il a faite, dont on ait une date assurée, est une Robe de Notre-Seigneur qu'il grava à l'âge de dix-huit ans.

Comme il avoit un génie très-vaste, & qu'il étoit extrêmement curieux d'acquérir de nouvelles connoissances, il ne se borna point à la seule étude du Dessein & de la Gravure : il se mit à lire des livres de Physique & de Géométrie, persuadé qu'il n'est guere possible d'être bon Physicien sans être Géometre. Il y fit de grands progrès sans le secours d'aucun Maître. Quelque tems après un Chanoine de Metz, touché de son amour pour l'étude, lui apprit la Perspective, & le Disciple bientôt alla plus loin que le Maître, dans cette science si nécessaire à ceux qui se mêlent du dessein.

M. le Clerc, encouragé par de si heureux commen-

cemens, résolut de s'appliquer sérieusement aux Mathématiques, & dans le dessein de se pousser dans le Génie, il étudia à fond les Fortifications & les autres sciences nécessaires pour former un bon Ingénieur. Il y réussit parfaitement, & ayant été choisi pour être Ingénieur-Géographe du Maréchal de la Ferté, il leva par son ordre les Plans des principales places du pays Messin & du Verdunois. Il réussit sur-tout au Plan de Marsal, dont on vouloit démolir les fortifications: mais ayant appris qu'on avoit envoyé ce Plan à la Cour, sous le nom d'un autre Ingénieur, & n'ayant pu tirer raison de cette injustice, il en fut si piqué qu'il abandonna cet emploi. Il vint donc à Paris en 1665, dans l'espérance de s'avancer dans le Génie; mais M. le Brun qui reconnut en lui des talens extraordinaires pour le Dessein & pour la Gravure, le détourna de cette idée, & lui conseilla de se livrer tout entier à ce bel Art. M. le Clerc suivit l'avis de ce grand Peintre, qui s'intéressa beaucoup à son avancement, & lui procura les moyens de se faire connoître.

Ce fut vers ce tems-là qu'il acheva sa *petite Géométrie pratique*, qu'il avoit déja fort avancée à Metz, & qui fut achevée d'imprimer à Paris en 1668, avec 82 planches ornées de quantité de figures extrêmement amusantes pour leur variété. Cette premiere édition ayant été bientôt enlevée par les curieux & les connoisseurs, elle fut réimprimeé en 1682. Cet Ouvrage

eut d'ailleurs tout le ſuccès qu'il pouvoit deſirer, & fut reçu du Public avec applaudiſſement : ſa réputation s'étendit même juſqu'à la Cour ; & M. Colbert, Protecteur des beaux Arts, voulant le fixer à Paris, lui fit donner un logement aux Gobelins, avec une penſion de ſix cens écus, pour l'attacher au ſervice du Roi, & l'obliger à ne travailler que pour Sa Majeſté. Ce grand Miniſtre l'engagea encore à montrer les Mathématiques & le Deſſein à M. de Blainville, reçu en ſurvivance pour être Intendant des Bâtimens.

Sa réputation augmentant de jour en jour, il fut choiſi en 1672, pour deſſiner & graver la repréſentation du Catafalque, que l'Académie Royale de Peinture avoit fait dreſſer dans l'Egliſe des PP. de l'Oratoire de la rue S. Honoré, pour le Service de M. le Chancelier Seguier. M. le Brun, qui en avoit inventé & conduit l'ordonnance, fut ſi content de cet excellent morceau, qu'il préſenta en même tems à l'Académie, & cette Eſtampe, & ſon Auteur ; M. le Clerc y fut reçu d'un conſentement unanime en qualité de Graveur, & on le fit en même-tems Profeſſeur de Géométrie & de Perſpective, avec trois cens livres de penſion. La planche du Mauſolée ſervit de morceau de réception, & reſta, ſuivant l'uſage, à l'Académie, où il continua avec ſuccès ſes Leçons de Géométrie & de Perſpective pendant près de trente ans.

M. le Clerc ſe maria en 1673, & épouſa une fille

de M. Vandenkerchoven, Teinturier du Roi aux Gobelins : il a laiſſé de ce mariage ſix fils & quatre filles. L'aîné des fils a embraſſé la Peinture, & profeſſe aujourd'hui la Perſpective dans l'Académie Royale, dont il eſt un des illuſtres membres. Quelque tems après ſon mariage, il renonça à la penſion de dix-huit cens livres que le Roi lui faiſoit, dans l'eſpérance de gagner beaucoup davantage en travaillant pour le Public, & pour ſatisfaire aux juſtes empreſſemens de ceux qui lui demandoient de ſes ouvrages. On lui laiſſa cependant toujours une petite penſion de cent livres ſur les Bâtimens, & peu de tems après on le gratifia d'une autre penſion de trois cens livres.

En 1679 il mit au jour ſon petit *diſcours ſur le point de vûe*. Il entreprit cet Ouvrage pour défendre la Perſpective contre ceux qui l'accuſoient d'être fondée ſur de faux principes. Vers le même tems il grava la repréſentation des fameuſes machines dont on ſe ſervit pour élever les deux grandes pierres qui couvrent le fronton du Louvre ; & ſous M. le Marquis de Louvois, il fut choiſi pour faire tous les deſſeins des Médailles de l'Hiſtoire du Roi. Il conduiſoit les Graveurs, corrigeoit leurs cires, & gravoit même le trait à l'eau-forte ſur leurs poinçons.

En 1690, il publia ſa *grande Géométrie théorique & pratique*, qui fut peu de tems après contrefaite

en Hollande. Tout y eſt expliqué & démontré avec une clarté & une préciſion ſi grande, qu'il n'y a perſonne qui ne puiſſe, avec un peu d'attention, devenir lui-même Géometre, en l'étudiant, ſans le ſecours d'aucun Maître. M. le Clerc, ſelon ſa coutume, a orné ce Livre de pluſieurs figures, qui l'ont fait rechercher des Amateurs. C'eſt cette même Géométrie dont nous donnons aujourd'hui une ſeconde édition avec de nouveaux ornemens, & des petits ſujets variés au bas de chaque planche, pour remplacer ceux dont ce grand homme avoit enrichi le dernier Chapitre de ſon édition. Dans la même année 1690, après la mort de Mellan, il eut le Brevet de Deſſinateur & Graveur du Cabinet du Roi, avec une penſion de quatre cens livres; & quelque tems après il fut nommé pour être un des quatre Profeſſeurs qui poſent le modele aux Gobelins.

Il donna au Public, en 1698, ſa belle Eſtampe de *l'Académie des Sciences & des Arts*, qui eſt un chef-d'œuvre, tant pour la richeſſe de la compoſition, que pour la diſtribution des groupes & des maſſes de lumiere. Quelque tems après, il fit *l'entrée d'Alexandre dans Babylone*, de la même grandeur que l'Académie des Sciences, & pour lui ſervir de pendant. Cette Eſtampe ne cede en rien à l'autre, ſoit pour la nobleſſe de la compoſition, ſoit pour la multitude & la variété des ſujets. *La Mul-*

plication des pains, *le Paſſage d'Iſaïe*, *les Conquêtes du Roi*, & les planches pour *l'Hiſtoire du Duc de Lorraine*, ſont encore des morceaux qui lui ont fait beaucoup d'honneur, & où il a eu une occaſion favorable de faire valoir ſa grande facilité pour la compoſition & la fertilité de ſon génie, par la maniere variée dont il a traité tous ces ſujets.

En 1706, il fit imprimer ſon *Nouveau ſyſtême du Monde, conforme à l'Ecriture Sainte.* Dans la même année le Cardinal de Gualterio, Nonce du Pape en France, qui eſtimoit beaucoup M. le Clerc, le fit Chevalier Romain. En 1710 ſa vue s'étant conſidérablement affoiblie, il fut obligé de diſcontinuer ſes travaux, & quitta la Gravure : mais quelque tems après la vue lui étant revenue, petit-à-petit il reprit ſes occupations ordinaires. On imprima en 1712 ſon *Syſtême de la viſion*, qui n'eſt proprement que le même ſujet qu'il avoit déjà traité dans ſon diſcours ſur le point de vue ; mais il s'étend ici davantage, & établit ſon ſyſtême ſur de nouvelles preuves, & répond à toutes les difficultés qu'on pourroit faire contre ſon opinion. En 1714, ſix mois avant ſa mort, il ceſſa entierement tout ce qui avoit rapport au Deſſein & à la Gravure, ſans pourtant ceſſer de s'occuper, puiſqu'il fit imprimer alors ſon *Traité d'Architecture*, dont il corrigeoit les épreuves. Ce Livre eſt *en deux volumes in-quarto*, dont le ſecond

qui n'eſt que de figures, contient deux cens planches, toutes gravées de ſa main. Il mourut aux Gobelins, le 25 Octobre 1714, âgé de 77 ans.

On n'entreprend point ici de parler de ſes autres morceaux de Gravure, qui vont au nombre de plus de quatre mille eſtampes, ſans compter ſes deſſeins, qui ſont en auſſi grand nombre; il faudroit un Livre entier, pour entrer dans quelque détail à ce ſujet. On remarquera ſeulement que cette grande multitude de Gravures eſt preſque toute de ſon invention, & d'après ſes propres deſſeins, n'ayant gravé que très-peu de choſe d'après les autres, ſi ce n'eſt quelques morceaux de la compoſition de M. le Brun. Si l'on joint à cela les Leçons de Géométrie, de Fortification, d'Architecture & de Perſpective qu'il donnoit preſque tous les jours, depuis près de trente années, & le nombre étonnant de machines qui ont rapport à ces Arts, qu'il avoit ou inventées ou exécutées lui-même en relief, & qui faiſoient l'ornement de ſon Cabinet; on conviendra que perſonne n'a mieux employé ſon tems que lui, & qu'il a bien mis à profit les précieux talens dont il étoit favoriſé, & les heureuſes diſpoſitions qu'il avoit pour exceller dans les Mathématiques & dans les beaux-Arts.



TRAITÉ



TRAITÉ DE GÉOMÉTRIE.

CHAPITRE PREMIER.

Des Définitions.

De la Géométrie.

1. La Géométrie eſt une partie des Mathématiques qui a pour objet la quantité qu'on nomme continue, & qui eſt étendue, ou en longueur ſeulement, ou en longueur & largeur, ou en longueur, largeur & profondeur, ces trois eſpeces de quantité ayant pour termes des points, des lignes & des ſurfaces.

Du point.

2. Le point eſt ce qui n'a aucune partie.

De la ligne.

3. La ligne eſt une longueur ſans largeur.

De la ligne droite.

4. La ligne droite eſt celle qui eſt également compriſe entre ſes extrêmités, *ou bien*, c'eſt la plus courte qu'on puiſſe mener d'un point à un autre. (*Fig.* 1.)

De la ligne courbe.

5. La ligne courbe eſt inégalement compriſe entre ſes extrêmités. (*Fig.* 2.)

Des lignes paralleles.

6. Deux lignes ſont paralleles, lorſqu'elles s'accompagnent en égale diſtance. (*Fig.* 3.)

De l'angle linéal.

7. L'angle linéal eſt l'ouverture de deux lignes qui ſe joignent à un point en s'inclinant l'une vers l'autre, & qui s'écartent l'une de l'autre par l'autre extrêmité. En ce cas, les lignes ſont appellées les *côtés* de cet angle. (*Fig.* 4.)

Ainſi, les lignes AB, CB, *ſont les côtés de l'angle* ABC.

De l'angle rectiligne, curviligne, & mixtiligne.

8. L'angle eſt nommé *rectiligne*, ſi les lignes dont il eſt formé ſont droites; *curviligne*, ſi elles ſont

courbes; & *mixtiligne*, si une des lignes est droite & l'autre courbe. (*Fig.* 4.)

De l'angle droit, aigu, & obtus.

9. Si une ligne droite rencontrant une autre ligne droite, fait des angles égaux de part & d'autre, ces angles sont droits; (*Fig.* 5.) mais si elle les fait inégaux, le plus ouvert est obtus, & le moins ouvert est aigu.

Exemple. L'angle A est droit, l'angle B est obtus, & l'angle C est aigu.

Il faut observer que l'égalité des angles ne s'entend pas de l'égalité des lignes, mais de leur ouverture; que le plus grand angle est celui qui est plus ouvert, & au contraire; & que deux angles sont égaux s'ils sont ouverts également, quoique leurs côtés soient d'inégale longueur.

De la perpendiculaire.

10. La perpendiculaire est une ligne droite qui tombe, ou qui s'éleve sur une autre ligne droite, faisant de part & d'autre des angles droits. (*Fig.* 6.)

De l'angle alterne, opposé, & de même part.

11. Une ligne droite comme BE, (*Fig.* 7.) coupant les paralleles BF, EG, l'angle A est alterne à l'égard de l'angle C; à l'égard de l'angle B, il est opposé au sommet, mais il est de même part que l'angle E, & les angles A, D, B sont de suite.

De la surface.

12. La surface, ou superficie, est une quantité

étendue en longueur & largeur, ſans épaiſſeur, ou profondeur.

De la ſurface plane.

13. La ſurface plane, ou plate, qu'on appelle *Plan*, eſt celle qui eſt également étendue entre ſes extrêmités, & ſur laquelle une ligne droite peut être tirée en tous ſens. (*Fig.* 8.)

De la ſurface courbe.

14. La ſurface courbe eſt appellée *convexe* ſi elle eſt relevée, & *concave* ſi elle eſt creuſe & enfoncée. (*Fig.* 9.)

Exemple. La ſurface A eſt convexe, & la ſurface B eſt concave.

De l'aſſiette des plans.

15. Un plan eſt horizontal & de niveau s'il eſt couché, comme le deſſus d'une eau calme; vertical & à plomb s'il eſt dreſſé, comme un mur élevé bien droit; ſinon il eſt incliné, panché & en talud.

Du terme.

16. Le terme eſt l'extrêmité d'une qnantité.

Le point eſt un terme de la ligne, & la ligne eſt un terme de la ſurface, comme la ſurface eſt un terme du corps. La ligne commence à un point, finit à un autre; & la ſurface eſt terminée ou d'une ſeule ligne ou de pluſieurs, de même que le corps eſt terminé ou d'une ſeule ſurface ou de pluſieurs.

De la Figure.

17. La figure d'un plan, eſt la modification de ſes termes, ou extrêmités.

De la figure rectiligne.

18. La figure rectiligne eſt compoſée de lignes droites, qu'on nomme côtés.

Des poligones.

19. Toutes figures planes & rectilignes ſont nommées d'un nom général, *poligones;* mais chacune en particulier a un nom propre tiré du nombre de ſes termes. On appelle,

Triangle ou trigone, la figure de 3 côtés. (*Fig.* 11, 12 & 13.
Quadrilatere ou terragone celle de 4. (*Fig.* 8.)
Pentagone celle de 5 côtés. (*Fig.* 10.)
Exagone celle de 6 côtés.
Eptagone celle de 7 côtés.
Octogone celle de 8 côtés.
Ennéagone celle de 9 côtés.
Décagone celle de 10 côtés.
Undécagone celle de 11 côtés.
Dodécagone celle de 12 côtés.

Un triangle ſe diſtingue d'un autre par la différence de ſes angles ou de ſes côtés.

Du triangle rectangle.

20. Le triangle rectangle eſt celui qui a un angle droit. (*Fig.* 11.)

Du triangle ambligone.

21. Le triangle ambligone, ou obtus-angle, eſt celui qui a un angle obtus. (*Fig.* 12.)

Du triangle oxigone.

22. Le triangle oxigone a les trois angles aigus. (*Fig.* 13.)

Du triangle équilatéral.

23. Le triangle équilatéral a ſes trois côtés égaux. (*Fig.* 14.)

Du triangle iſoſcele.

24. Le triangle iſoſcele a ſeulement deux côtés égaux. (*Fig.* 15.)

Du triangle ſcalene.

25. Le triangle ſcalene a ſes trois côtés inégaux. (*Fig.* 16.)

Les Figures de quatre côtés reçoivent auſſi des dénominations particulieres de la qualité de leurs angles & du rapport de leursc ôtés.

Du quarré.

26. Le quarré eſt une figure formée de quatre côtés égaux & de quatre angles droits. (*Fig.* 18.)

Du rectangle.

27. Le rectangle, ou quarré long, a ſes angles droits, & ſeulement ſes côtés oppoſés égaux. (*Figure* 17.)

Du parallélogramme.

28. Le parallélogramme a ses côtés opposés paralleles. (*Fig.* 19.)

Du rhombe.

29. Le rhombe, ou losange, est un parallélogramme qui a ses quatre côtés égaux, mais seulement les angles opposés égaux, deux étant obtus, & les deux autres aigus. (*Fig.* 20.)

De la diagonale.

30. La ligne AC, menée d'un angle à son opposé, est appellée *diagonale.* (*Fig.* 19 & 20.)

Du trapeze régulier.

31. Le trapeze régulier a deux côtés égaux, & les deux autres inégaux, mais paralleles. (*Fig.* 21.) L'irrégulier a ses quatre côtés inégaux. (*Fig.* 22.)

De la base.

32. La base est particuliérement le côté sur lequel la figure se repose, comme le côté BC. (*Fig.* 21.)

Du cercle.

33. Le cercle est un plan terminé d'une seule ligne appellée *circonférence*, laquelle est par-tout également éloignée d'un point qui en fait le milieu, &. qu'on nomme *centre.* (*Fig.* 23.)

Par cercle on entend aussi quelquefois la seule circonférence, suivant l'usage du vulgaire.

Du diametre & du rayon.

34. Toute ligne droite qui passe par le centre du cercle, & qui se termine à la circonférence, est nommée *diametre;* & sa moitié *rayons*, ou *demi-diametre.* (*Fig.* 23.)

Exemple. La ligne courbe HIKL est la circonférence, le point D est le centre, la droite HK est le diametre, & la droite DI est un rayon du cercle.

Des degrés, minutes, secondes, &c.

35. La circonférence du cercle se divise ordinairement en 360 parties égales, ou degrés; *par conséquent*, la demi-circonférence en 180, & le quart en 90. Chaque degré se sous-divise en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, & chaque seconde en 60 tierces, &c.

De l'arc.

36. L'arc est une partie de la circonférence d'un cercle. (*Fig.* 24.)

De la corde.

37. La corde est une ligne droite qui joint un arc par ses extrêmités. (*Fig.* 24.)

Exemple. La courbe T est l'arc, & la droite V est sa corde.

De la mesure de l'arc & de l'angle.

38. Les degrés & leurs parties sont la mesure de l'arc,

l'arc, & l'arc eſt la meſure de l'angle. (*Fg.* 25.)

Par exemple, ſuppoſé que le point B *ſoit le centre du cercle* ACD, *on jugera de la grandeur de l'arc* AC *par le nombre des degrés & des minutes qu'il contient, comme on jugera de l'ouverture de l'angle* ABC, *par la grandeur de l'arc* AC.

De la ligne tangente.

39. La ligne tangente eſt celle qui touche un cercle ſans le couper, & ſans le pouvoir couper, ou traverſer, même étant continuée, comme la ligne EF. (*Fig.* 26.)

De la ſécante.

40. La ligne ſécante croiſe, coupe & traverſe le cercle, comme la ligne CD. (*Fig.* 26.)

Du demi-cercle.

41. Le demi-cercle eſt terminé par le diametre & la demi-circonférence. (*Fig.* 27.)

De la portion de cercle.

42. Si on coupe un cercle en deux inégalement par une ligne droite, les parties ſont appellées *portions* ou *ſegmens.* (*Fig.* 28.)

Exemple. La partie A s'appelle *grand ſegment*, & la partie B, *petit ſegment.*

Du ſecteur.

43. Que ſi un cercle eſt coupé en deux inégale-

ment par deux rayons, les parties ſont dites *ſecteurs*. (*Fig.* 29.)

Exemple. La partie C eſt un grand ſecteur, & la partie B eſt un petit ſecteur.

De l'ovale.

44. L'ovale eſt un plan borné d'une ſeule ligne courbe qui ſe décrit de pluſieurs centres, & que tous les diametres diviſent en deux également. (*Fig.* 30.)

De l'ellipſe.

45. L'ellipſe eſt auſſi un plan terminé d'une ligne courbe, mais en figure d'œuf, & qu'un ſeul diametre diviſe en deux parties égales. (*Fig.* 31.)

De la figure réguliere.

46. La figure réguliere a ſes parties oppoſées ſemblables & égales.

De l'irréguliere.

47. La figure irréguliere eſt compoſée d'angles & de côtés inégaux.

De la figure équiangle.

48. La figure équiangle a tous ſes angles égaux; & deux figures ſont équiangles, ſi les angles de l'une (quoiqu'inégaux entr'eux) ſont égaux aux angles de l'autre. (*Fig.* 32.)

Exemple. La figure C eſt équiangle à la figure D.

De la figure équilatérale.

49. La figure équilatérale a tous ses côtés égaux.

Des figures concentriques.

50. Les figures concentriques sont celles qui ont un même centre. (*Fig.* 34.)

Des excentriques.

51. Les excentriques dépendent de plusieurs centres. (*Fig.* 33.)

Des supplémens.

52. Quand un parallélograme est divisé en quatre autres par un point de sa diagonale, les deux C & D, que la diagonale ne coupe pas, sont appellés *supplémens*, ou *complémens.* (*Fig.* 35.)

Du gnomon.

53. Gnomon est la différence de deux rectangles; *ou bien*, c'est l'excès d'un rectangle par dessus un autre rectangle, les deux rectangles ayant un angle commun & une même diagonale. (*Fig.* 36.)

Exemple. Les deux trapezoïdes H, F, pris ensemble, composent le gnomon.

Des parties communes.

54. Une Partie est commune, lorsqu'elle appartient à plusieurs quantités.

Par exemple, on dit que l'angle ABC, *qui appar-*

tient au rectangle DE, (Fig. 36.) *comme au rectangle* AC, *est commun : & que le triangle* GHI, (Fig. 37.) *est commun aux deux triangles* GIL, GIF, *parce qu'il fait partie de l'un comme il fait partie de l'autre. Ce triangle* GHI *peut aussi être appellé commun, parce qu'il est joint au triangle* GHL, *de même qu'au triangle* HIF.

De la grandeur d'une quantité.

55. Une quantité est dite grande, ou petite, par la comparaison qu'on en fait avec une autre de même espece.

De la raison de deux quantités.

56. Quand on compare deux quantités entr'elles, ce que l'une est à l'égard de l'autre est appellé *raison.*

Par exemple, comparant une ligne de deux pieds à une de trois, on dit que la raison de l'une à l'autre est de deux à trois ; ou que la premiere est à la deuxieme en raison de trois à quatre, si la premiere est de trois pieds & la deuxieme de quatre.

Des termes de la raison.

57. Les termes de la raison sont les quantités comparées.

Des termes antécédens & conséquens.

58. Comparant la ligne A à la ligne B, la ligne A est le terme antécédent, & la ligne B le terme conséquent. (*Fig.* 38.)

Des raiſons ſemblables & égales.

59. Deux raiſons ſont ſemblables & égales, lorſque les termes de la premiere ſont entr'eux comme les termes de la ſeconde.

La raiſon de A *à* B *eſt ſemblable & égale à celle de* C *à* D, *parce que comme* 2 *eſt moitié de* 4, 3 *eſt moitié de* 6, *ce qui s'écrit ainſi :*

A, B :: C, D.
2, 4 :: 3, 6.

Des termes proportionnels.

60. Si deux raiſons ſont ſemblables, leurs termes ſont proportionnels.

Par exemple, 4 *étant deux tiers de* 6, *comme* 2 *ſont deux tiers de* 3, *nous diſons que les quatre termes, ou quantités* 2, 3 :: 4, 6, *ſont proportionels.*

De la proportion.

61. La proportion eſt un rapport de raiſons.

Des termes de la proportion.

62. La proportion ne peut avoir moins de trois termes.

Lorſque la proportion n'a que trois termes, celui du milieu eſt pris pour deux, comme ſi on dit que A *eſt à* B, *comme* B *à* C, 2 *eſt à* 4, *comme* 4 *à* 8.

A : B : C.
2 : 4 : 8.

Des termes moyens & extrêmes.

63. Dans la proportion de trois termes, celui du milieu est appellé *moyen*, & les deux autres extrêmes.

Des termes en proportion continue.

64. Les termes sont continuellement proportionnels, lorsque ceux du milieu sont pris pour antécédens & pour conséquens.

Comme lorsqu'on dit que A *est à* B, *comme* B *à* C; *&* B *à* C, *comme* C *à* D. *Ce qui s'écrit ainsi:*

∺ A. B. C. D.
∺ 2. 4. 8. 16.

De la raison doublée & triplée.

65. Lorsque quatre termes sont continuellement proportionnels, le premier est en raison doublée avec le troisieme, & en raison triple avec le quatrieme.

C'est-à-dire, que la raison de A *à* C *est doublée de celle de* A *à* B, *& que celle de* A *à* D *est triplée de la même raison de* A *à* B.

∺ A. B. C. D.
∺ 1. 3. 9. 27.

De la raison inverse.

66. La raison inverse est une comparaison du conséquent à l'antécédent.

Comme si la raison de A *à* B, *étant la même que*

de C *à* D, *on infere que* B *est à* A, *comme* D *à* C.

A, B : : C, D.
2, 4 : : 4, 8.

De la raison alterne.

67. La raison alterne, ou par échange, est celle où la comparaison se fait du conséquent au conséquent, de même que de l'antécédent à l'antécédent. (*Fig.* 39.)

Comme si A *étant à* C, *comme* B *à* D; *on conclut que* A *est à* B, *comme* C *à* D.

De la proportion d'égalité.

68. La proportion d'égalité est un rapport des termes extrêmes d'une suite de raisons; *ou bien*, c'est un rapport de raisons qui résulte de quelque cercle de raisons semblables.

Comme si après avoir comparé G *à* H, *comme* I *à* K; I *à* K *comme* L *à* M; *&* L *à* M *comme* N *à* O; *on conclut : donc* N *est à* O, *comme* G *à* H.

G. H : : I. K : : L. M : : N. O.
2. 4. : : 3. 6. : : 4. 8. : : 5. 10.

Ou bien si y ayant même raison de A *à* B (Fig. 40.), *que de* C *à* D; *&* *de* B *à* E, *que de* D *à* F; *on tire cette conséquence, donc* A *est à* E, *comme* C *à* F.

De la proportion de composition.

79. La proportion de composition est celle où

nous comparons plusieurs termes pris ensemble à plusieurs autres aussi pris ensemble, de même qu'un seul à un seul; *ou bien*, celle où la comparaison se fait de plusieurs termes à un seul, comme de plusieurs autres à un seul.

Comme si A *étant à* C, *de même que* B *à* D, *&* B *à* D *comme* E *à* F, *nous tirons cette conséquence, que les trois termes* A, B, E, *pris ensemble, sont aux trois termes* C, D, F, *aussi pris ensemble, comme le seul* E *au seul* F.

Ou que les trois termes A, B, E, *pris ensemble, sont au seul* E, *comme les trois termes* C, D, F, *pris aussi ensemble, sont au seul* F.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E. 3.	F, 2.
18	12.

De la proportion de division.

70. La proportion de division, est quand dans une raison ainsi que dans une autre, l'excès de l'antécédent par dessus le conséquent, est comparé au même conséquent.

Comme si BA (Fig. 41.), *étant à* BE, *en même raison que* DC *à* DF; *on conclut que* EA *est à* BE, *comme* FC à DF.

Des figures semblables.

71. Deux figures sont semblables quand elles ont les angles égaux & les côtés proportionnels.

C'est

C'est-à-dire, que deux figures sont semblables (quoiqu'inégales), si les angles de l'une étant égaux aux angles de l'autre, leurs côtés sont en même raison.

Des termes homologues.

72. Dans les figures semblables, les côtés semblables sont dits homologues; *comme les côtés* 3 & 4. (*Fig.* 42.)

Des termes réciproques.

73. Deux figures ont leurs côtés réciproques, si leurs côtés sont proportionnels dans un ordre alternatif; *c'est-à-dire*, si les comparant alternativement l'un à l'autre, l'antécédent de la premiere raison & le conséquent de la seconde se trouvent dans une même figure; ou ce qui revient au même, si les deux extrêmes se trouvent dans une figure, & les moyens dans l'autre. (*Fig.* 43.)

Par exemple, si AB *est à* DF, *comme* DE *à* AC, *ou si* AB *est à* DE, *comme* DF *à* AC: *ces deux rectangles* BC, EF, *sont dits avoir les côtés réciproques.*

Des plans égaux.

74. Les plans égaux conviennent également, & peuvent être semblables & dissemblables.

De la convenance des plans.

75. On dit que deux plans conviennent, lorsqu'étant posés l'un sur l'autre, ils ne se surpassent en aucun endroit, les extrêmités de l'un se trouvant précisément sur les extrêmités de l'autre.

De la hauteur des plans.

76. La hauteur d'un plan, eſt la perpendiculaire abaiſſée du ſommet à la baſe. (*Fig.* 44.)

Exemple. La perpendiculaire AD, eſt la hauteur du triangle ABC, ſoit qu'elle tombe ſur la baſe en dedans du triangle, ou qu'elle tombe en dehors.

Des figures inſcrites & circonſcrites au cercle.

77. Une figure rectiligne eſt inſcrite dans un cercle, ſi elle le touche de tous ſes angles; (*Fig.* 45.) mais elle eſt circonſcrite, lorſque tous ſes côtés joignent & touchent le cercle autour duquel elle eſt décrite. (*Fig.* 46.)

De l'aire d'une figure.

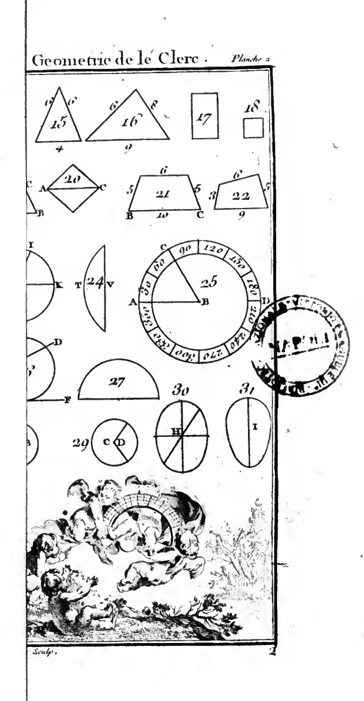
78. L'aire d'une figure eſt toute l'étendue compriſe entre ſes termes.

De l'échelle.

79. L'échelle eſt une ligne droite diviſée en plusieurs petites parties égales, qu'on fait valoir certaines meſures, comme des pieds, des toiſes, des perches, &c. (*Fig.* 47.)



2
3
4
5
B C
6
F
G
8
9
A
B
11
12
13


15
16
17
18
20
21
22
24
25
27
29
30
31

CHAPITRE II.

DES NOTIONS.

1. LES rayons d'un cercle sont égaux, de même que des lignes droites sont égales, lorsqu'on les a coupées d'une même ouverture de compas. (*Fig.* 1.)

2. Les plans qui conviennent entr'eux, sont égaux & semblables. (*Fig.* 2.)

Par exemple, on conclura naturellement que les plans O, S, *son égaux & semblables, s'ils conviennent entr'eux ; c'est-à-dire, si étant posés l'un sur l'autre, ils se trouvent avoir une même étendue, par l'égalité de toutes leurs parties.*

3. Les quantités qui sont égales à une même, sont égales entr'elles.

Les quantités A *&* C, *qui sont égales à la quantité* B, *sont égales entr'elles.*

A.	B.	C.
8.	8.	8.

4. Si on ajoute des quantités égales à d'autres quantités égales, celles qui en seront composées seront aussi agales.

Les quantités égales A, *jointes aux égales* B, *produisent les égales* C.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5. Si de plusieurs quantités égales, on ôte des quantités égales, celles qui resteront seront aussi égales.

Otant les quantités égales B, *des égales* A, *restent les égales* C.

A.	6.	6.	6.
B.	2.	2.	2.
C.	4.	4.	4.

6. Les quantités qui sont moitié, doubles, ou triples d'une même, ou de plusieurs égales, sont égales; *ou bien*, des quantités sont égales, si elles sont en même raison avec une même, ou avec plusieurs égales : & une même ou plusieurs égales, sont en raison pareille avec des quantités égales.

Par exemple, les nombres B, C, *qui sont chacun double du nombre* A, *sont égaux*, 4 *étant égal à* 4: *de plus, le nombre* A *est au nombre* B, *comme au nombre* C, *puisqu'il est soudouble de l'un, comme il est soudouble de l'autre.*

A.	B.	C.
2.	4.	4.

7. Des quantités sont égales, lorsqu'elles en ont d'égales avec une même.

Le nombre A, *vaut dix avec le nombre* B, *de même qu'avec le nombre* C, *parce que les nombres* B & C *sont égaux.*

B. A. C.
8. 2. 8.

La proportion inverse.

8. Si quatre quantités ſont proportionnelles, la premiere étant à la ſeconde, comme la troiſieme à la quatrieme ; il y aura même raiſon de la ſeconde à la premiere, que de la quatrieme à la troiſieme.

La premiere quantité A *eſt moitié de la ſeconde* B, *comme la troiſieme* C, *eſt moitié de la quatrieme* D : *auſſi la ſeconde eſt double de la premiere, comme la quatrieme eſt double de la troiſieme.*

A.	B.	C.	D.
2.	4.	3.	6.

La proportion alterne.

9. Si quatre quantités de même eſpece ſont proportionnelles, elles le feront encore étant priſes alternativement.

C'eſt-à-dire, s'il y a même raiſon de la premiere quantité à la deuxieme, que de la troiſieme à la quatrieme ; il y aura auſſi même raiſon de la premiere à la troiſieme, que de la deuxieme à la quatrieme : ce qui eſt évident, car A, *étant deux tiers de* B, & C *deux tiers de* D ; A *eſt double de* C, *comme* B *eſt double de* D.

A.	B.	C.	D.
8.	12.	4.	6.

La proportion d'égalité.

10. Six quantités étant proportionnelles, telle-

ment que la premiere soit à la deuxieme, comme la troisieme à la quatrieme ; & la troisieme à la quatrieme, comme la cinquieme à la sixieme, la premiere sera à la deuxieme, comme la cinquieme à la sixieme : *ou bien,* si trois quantités sont entr'elles ainsi que trois autres, la premiere sera à la troisieme, comme la quatrieme à la sixieme.

1°. A *est à* B, *comme* C *à* D ; & C *est à* D, *comme* E *à* F : *aussi* A *est à* B (2 *à* 4) *comme* E *est à* F. (5 *à* 10.)

2°. *Les quantités* G, H, I, *sont entr'elles comme les quantités* K, L, M ; & *comme* G *est à* I, (1 *à* 3), K *est à* M (2 *à* 6) *puisque* 1 *est le tiers de* 3, *comme* 2 *est le tiers de* 6.

A. B ; C. D ; E. F.
2. 4 ; 3. 6 ; 5. 10.
G. H. I : K. L. M.
1. 2. 3 : 2. 4. 6.

La proportion de composition.

11. Si plusieurs quantités, ou termes, sont proportionnels, un antécédent sera à son conséquent, comme tous les antécédens, pris ensemble, à tous les conséquens, aussi pris ensemble. Et un antécédent sera à tous les antécédens, pris ensemble, comme son conséquent, à tous les conséquens, aussi pris ensemble.

1°. *Les termes* 3, 9 ; 2, 6 ; 1, 3, *sont proportionnels : ainsi comme l'antécédent* A *est au conséquent* B (3 *à* 9), *les trois antécédens* ACE, *pris ensemble, sont aux trois conséquens* BDF, *aussi pris*

ensemble ; 6 étant le tiers de 18, *comme* 3 *est le tiers de* 9.

2°. *L'antécédent* E *est aux trois antécédens* A, C, E (1 *à* 6), *comme le conséquent* F, *aux trois conséquens* B, D, F (3 *à* 18) ; 1 *étant six fois en* 6, *comme* 3 *est six fois en* 18.

A.	3.	B.	9.
C.	2.	D.	6.
E.	1.	F.	3.
	6.		18.

La proportion de division.

12. Les quantités qui sont proportionnelles étant composées, le sont encore étant divisées. (*Fig.* 3.)

La raison des AB *à* EB (10 *à* 6), *est pareille à celle de* CD *à* FD (20 *à* 12), *aussi y a-t-il même raison de* AE *à* EB (4 *à* 6), *que de* CF *à* FD, (8 *à* 12.)

13. Les arcs qui mesurent un même angle, ou des angles égaux, sont en même raison avec leurs cercles, & contiennent même nombre de degrés. (*Figure* 4.)

Supposé les angles égaux AEB, CED, *posés l'un sur l'autre, comme n'en faisant qu'un seul ; les cercles* ABI, CDF, *étant décrits du point* E, *il est évident que si, par exemple, l'arc* AB *est de* 60 *degrés, sixieme partie de* 360, *& que le reste du cercle soit divisé de* 60 *en* 60 *degrés, par des lignes menées au centre* E, *le petit cercle sera divisé comme le grand en six parties égales : & que comme l'arc* AB *qui mesure l'angle* AEB, *sera la sixieme partie de*

ſon cercle ABI, *l'arc* CD, *qui meſure l'angle* CED, *ſera auſſi de* 60 *degrés*, *ſixieme partie de ſon cercle* CDF.

14. Dans les angles égaux, les arcs décrits d'une même ouverture de compas, ſont égaux; & ſi les arcs ſont égaux, les angles le ſont auſſi. (*Fig.* 5.)

Si, par exemple, les angles BAC, CAD, *ſont égaux, ils ſont meſurés par des arcs* BC, CD, *qui ont même raiſon avec leur cercle; de ſorte que ſi l'arc* BC *eſt de* 40 *degrés*, CD *eſt auſſi de* 40 *degrés*, (*ſuivant la précédente*) *& ces degrés étant les parties égales d'un même cercle* BDE; *l'arc* BC *eſt égal à l'arc* CD.

De plus, il s'enſuit avec évidence, que ces arcs étant égaux, les angles BAC, CAD, *qui ſont meſurés ſont auſſi égaux.*

15. Lorſque deux lignes droites & paralleles ſe terminent ſur une autre ligne droite, les angles qu'elles font de même part ſont égaux. (*Fig.* 6.)

On connoît naturellement que les lignes AB, CD, *étant paralleles, elles ſont inclinées l'une comme l'autre ſur la ligne* GH; *& que les angles qu'elles font de même part, par exemple, les angles* A *&* C *ſont égaux; & que ſi ces angles étoient inégaux, les lignes* AB, CD, *ſeroient inclinées diverſement & ne ſeroient pas paralleles. Il s'enſuit que,*

16. Les lignes qui tombent ſur une autre faiſant les angles de même part égaux, ſont paralleles.

17. Deux côtés d'un triangle, pris enſemble, ſont toujours plus grands que le troiſieme.

Le

Le plus court passage d'un point à un autre, est la ligne droite ; ainsi les côtés AC, CB, *qui font un angle, sont plus grands, pris ensemble, que la seule base* AB. (*Fig.* 7.)

18. Une ligne qui tombe sur une autre, fait avec elle deux angles, lesquels, pris ensemble, valent deux droits, c'est-à-dire, 180 dégrés. (*Fig.* 8.)

1°. *Si la ligne* AB *est perpendiculaire sur* DC, *les deux angles* CBA, ABD, *sont droits* (*par la* 10 *du chap. précèdent*) *ou par la* 11 *du premier livre d'Euclide.*)

2°. *Supposé la ligne* BE, *les deux angles* DBE, EBC, *qui ont un demi-cercle pour mesure, c'est-à-dire,* 180 *degrés* (*suivant la* 13 *du* 1,) *sont égaux, pris ensemble, aux deux angles droits* CBA, ABD, *qui sont mesurés par les mêmes* 180 *degrés.*

19. Quand deux lignes droites se coupent, les angles opposés au sommet sont égaux. (Par la 15 du premier livre d'Eucl.)

Les lignes DE, FG (*Fig.* 9.) *se coupent ; je fais donc voir que les angles* A & B, *opposés au sommet, sont égaux.*

L'angle C *vaut deux angles droits avec l'angle* A, *comme avec l'angle* B, (*suivant la précédente*) ; *donc les angles* A & B *sont égaux* (*suivant la* 7 *de ce Chapitre.*)

20. Une ligne droite qui coupe deux paralleles, fait les angles alternes égaux. (Par la 28 du premier livre d'Eucl.)

La ligne AB, (*Fig.* 10.) *coupant les paralleles* HE, DF, *nous disons que les angles alternes* D, H *sont égaux.*

L'angle C *est égal à l'angle* D (*par la* 15), *il est aussi égal à l'angle* H, *son opposé au sommet* (*par la précédente*) ; *donc* (*par la* 3) *l'angle* D *est égal à l'angle* H *son alterne.*

De cette notion se conclud la suivante.

21. Deux lignes droites sont paralleles, si une troisieme venant à les traverser fait les angles alternes égaux.

22. S'il se trouve dans un triangle, un angle & deux côtés égaux à un angle & deux côtés pris en même ordre dans un autre triangle, les deux triangles sont égaux & semblables ; c'est-à-dire, que les côtés & les angles de l'un, sont égaux aux côtés & aux angles de l'autre. (Par la 4 du premier Livre d'Eucl.)

Premiérement, (*Fig.* 11.) *que les côtés* AB, AC *du triangle* ABC, *soient égaux aux côtés* DE, DF *du triangle* DEF, *& que l'angle* CAB *soit aussi égal à l'angle* D, *je dis que les deux triangles sont égaux & semblables.*

Si l'angle D *étoit posé sur l'angle* CAB, *qui lui est égal, les côtés* DE, DF, *tomberoient sur leurs égaux* AB, AC, *& la base* EF *se trouveroit sur la base* BC, *ainsi les deux triangles* ABC, DEF, *conviendroient entr'eux ; donc ils sont égaux & semblables*, (*suivant la* 2.)

2°. *Supposé les côtés* AB, AC, *égaux aux côtés* DE, DF, *& l'angle* B *égal à l'angle* E, *je dis encore que les deux triangles sont égaux & semblables.* Que l'arc GH soit décrit du point A & de l'interval e AC, ou DF son égal.

Si l'angle E *étoit posé sur l'angle* B, *& les lignes*

AB, DE *étant égales, le point* D *seroit sur le point* A, *& la ligne* DF *tomberoit précisément sur son égale* AC; (*car plus haut, comme en* AG, *elle ne joindroit pas la base* BC, *ou elle en seroit coupée si elle se trouvoit plus bas, comme en* AH); *ainsi les trois points* D, E, F, *se trouveroient sur les points* A, B, C; *donc les deux triangles sont égaux & semblables.*

23. Deux triangles qui ont leurs côtés égaux, sont équiangles, semblables & égaux. (Par la 8 du 1 d'Eucl.)

1°. *Que les côtés du triangle* ABC (*Fig.* 12.) *soient égaux aux côtés du triangle* DEF, *je dis premiérement que les deux triangles ont aussi les angles égaux, c'est-à-dire, que les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre, & je le démontre.*

Si on suppose seulement les côtés AB, AC, *égaux aux côtés* DE, DF; *mais l'angle* A *égal à l'angle* D: *il s'ensuivra* (*par la précédente*), *que la base* BC *sera égale à la base* EF: *or les bases* BC, EF, *sont établies égales, donc les angles* A *&* D *sont égaux. Et la même démonstration se fera des autres angles.*

2°. *Ces triangles ayant leurs côtés & leurs angles égaux, ils conviendront en toutes leurs parties si on les pose l'un sur l'autre; donc ils sont équiangles, égaux & semblables.*

De cette notion on tire la suivante:

24. Dans les triangles égaux & semblables, les angles égaux sont opposés aux côtés égaux. (Par la 5 du 1 d'Eucl.)

25. Dans le triangle isoscele, les angles opposés aux côtés égaux, sont égaux.

Le triangle ABC *est isoscele*, (*Fig.* 13.) *j'ai donc à faire voir que les angles* A & B, *opposés aux côtés* AC, BC, *égaux, sont égaux.*

Que la base AB *soit divisée en deux également par la ligne* DC, *les deux triangles* E, F, *seront équiangles* (*par la* 23) ; *car les côtés de l'un seront égaux aux côtés de l'autre ; donc* (*par la précédente*) *les angles* A & B, *opposés au côté commun* DC, *sont égaux.*

D'où il s'ensuit que,

26. Si deux lignes AC, BC, s'inclinent l'une vers l'autre par des angles égaux sur une troisiéme, elles font un triangle isoscele.

27. Le côté prolongé d'un triangle, fait un angle extérieur, qui est égal aux deux intérieurs opposés.

Que la base AB *du triangle* ABC (*Fig.* 14.) *soit prolongée vers* G ; *je dis que l'angle* CBG, *qu'on appelle* extérieur, *est égal aux deux intérieurs opposés* A & C. (*Par la* 32 *du* 1 *d'Eucl.*)

J'ai tiré EF *parallele à* AC, *ainsi l'angle* E *est égal à l'angle* A, (*par la* 15), & (*par la* 20) *l'angle* D, *l'est à son alterne* C. *Donc le seul* CBG *est égal aux intérieurs opposés* A & C. Il s'ensuit que,

28. L'angle extérieur d'un triangle, est toujours plus grand que l'un ou l'autre des intérieurs opposés. (par la 16 du 1.)

29. Les trois angles d'un triangle valent deux angles droits ou 180 dégrés. (Par Corroll. 1 de la 32 du 1 d'Eucl.)

Les angles A & C, (*Fig.* 25.) *pris ensemble, sont égaux à l'angle extérieur* D, (*par la* 27) *les angles* B,

D, *valent deux angles droits, ou* 180 *dégrés* (*par la* 18) *: donc les angles* B, A, C, *valent aussi deux angles droits, ou* 180 *dégrés*. Il s'ensuit que,

30. 1°. Les trois angles d'un triangle valent autant, pris ensemble, que les trois angles d'un autre triangle.

31. 2°. Si deux triangles ont deux angles égaux, ils sont équiangles.

C'est-à-dire, par exemple, (*Fig.* 16.) *que si les angles* A *&* B *du triangle* ABC *sont égaux aux angles* D *&* E *du triangle* DEF, *l'angle* C *est aussi égal à l'angle* F.

32. 3°. Si un triangle a un angle droit ou obtus, les deux autres sont aigus. (Par Corroll. 1 de la 17 du 1 d'Eucl.)

33. Le plus grand angle d'un triangle, est opposé au plus grand côté. (Par Corroll. 1 de la 19 du 1 d'Eucl.)

Le côté AB *du triangle* ABC, (*Fig.* 17.) *étant plus grand que le côté* BC, *je fais voir que l'angle* ACB, *est plus grand que l'angle* A.

J'ai coupé BD *égal au côté* BC, *ainsi le triangle* BCD, *est isoscele, & les angles* C, D, *sont égaux* (*par la* 25.) *Or l'angle* D *qui est extérieur, eu égard au triangle* ADC, *est plus grand que son opposé intérieur* A, (*par la* 28) *& l'angle* C *qui est égal à l'angle* D, *ne fait que partie de l'angle* ACB *; donc l'angle* ACB *est plus grand que l'angle* A.

34. Un triangle qui a un côté & deux angles égaux à ceux d'un autre, lui est égal en toutes ses parties. (Par la 26 du 1 d'Eucl.)

Premiérement, supposé qu'on trouve dans le triangle A, (*Fig.* 18.) *les angles* B, C, *égaux aux angles* E, F, *du triangle* D: *on conclud* (*par la* 31) *que les deux triangles sont équiangles.*

2°. *Si l'un des côtés, par exemple, la base* BC, *est égale à la base* EF, *il est évident que les deux triangles conviendront ensemble étant posés l'un sur l'autre; car supposé la base* BC *sur la base* EF, *les côtés* AB, AC, *se trouveront aussi sur les côtés* DE, DF *; autrement les triangles ne seroient pas équiangles; donc le triangle* A *est en toutes ses parties, égal au triangle* D. (*suivant la* 2.)

35. Dans une figure de quatre côtés, les quatre angles, pris ensemble, sont égaux à quatre droits.

Supposé la diagonale BD (*Fig.* 19.), *les angles du quadrilatere* AC, *sont composés de ceux des triangles* E, F, *lesquels, pris ensemble, valent quatre droits,* (*par la* 29.)

36. Les lignes qui en joignent deux autres égales & paralleles, sont égales & paralleles, faisant ensemble un parallélogramme.

Par exemple, que les lignes AB, CD, (*Fig.* 20.) *soient égales & paralleles, je trouve que* AC, BD, *qui les joignent, sont aussi égales & paralleles.*

1°. *Supposé la ligne* AD, *les angles alternes* E, F, *sont égaux,* (*par la* 20) *& les côtés de l'angle* E *étant égaux à ceux de l'angle* F, *les triangles* ACD, ABD *sont égaux & semblables* (*par la* 22). *Les lignes* AC, BD *sont donc égales.*

2°. *Puisque les triangles* ACD, ABD, *sont semblables, ils ont* (*suivant la* 24) *les angles* G, H, *égaux; lesquels étant alternes,* AC, BD, *sont paral-*

leles, (*par la* 21) *& le plan* ABCD *est un parallélogramme* (*suivant la* 28 *du chap. précédent*) *ou* (*par la* 24 *du* 1 *d'Eucl.*) Il s'ensuit que,

37. Un parallélogramme est coupé en deux également par sa diagonale. (Par la 34 du 1 d'Eucl.)

38. Un parallélogramme à ses angles & ses côtés opposés égaux. (Par la 34 du 1 d'Eucl.)

Je dis que les angles opposés A, D; B, C; *du parallélogramme* AD, (*Fig.* 21.) *sont égaux : comme aussi ses côtés opposés* AB, CD : AC, BD. Que le côté CD soit prolongé vers F, & le côté AB vers E.

1°. *Les lignes* AB, CD, AC, BD, *étant paralleles, l'angle* E *est égal à son alterne* D, (*par la* 20) *il est aussi égal à l'angle* A, *qui est de même part ;* (*par la* 15) *donc* (*par la* 3) *les angles* A, D, *sont égaux. De plus, l'angle* D *est égal à l'angle de même part* F, *comme à l'angle* E *son alterne : ainsi les angles* E, F, *sont égaux : les angles* C, F *valent deux angles droits, de même que les deux angles* B, E; (*par la* 18) *donc* (*par la* 5) *les angles opposés*, B, C, *sont aussi égaux.*

2°. *Si la ligne* AC *couloit d'une même ouverture d'angle entre les paralleles* CD, AB ; *il est évident que le point* A, *n'arriveroit pas plutôt sur le point* B, *que toute la ligne* AC, *se trouveroit sur la parallele* BD ; *& que le point* C, *auroit fait autant de chemin dans la ligne* CD, *que le point* A *en auroit fait dans la ligne* AB ; *donc les lignes* AB, CD, *sont égales, &* (*par la* 36) AC, BD, *le sont aussi.* Il s'ensuit que,

39. Un plan de quatre angles est parallélogramme si les côtés opposés sont égaux.

40. Les parallélogrammes qui sont sur une même base & entre les mêmes paralleles, sont égaux. (Par la 35 du 1 d'Eucl.)

Les parallélogrammes BC, AF, (*Fig.* 22.) *sont sur une même base* AB, *& entre les mêmes paralleles* AB, CF; *j'ai donc à faire voir qu'ils sont égaux.*

Dans les parallélogrammes, les côtés opposés sont égaux (*suivant la* 38); *ainsi les lignes* AC, AE *sont égales aux lignes* BD, BF; *&* AB *l'est à* CD, *de même qu'à* EF; *de plus,* CD *l'est à* EF (*par la* 3) *&* CE *à* DF (*par la* 4.)

Les lignes AC, CE, AE, *étant donc égales aux lignes* BD, DF, FB; *les triangles* ACE, BDF, *sont égaux* (*par la* 23), *desquels si on ôte le commun* G, *le quadrilatere* H *restera égal au quadrilatere* I (*par la* 5); *mais si à ces quadrilateres on redonne le petit triangle* O, *le parallélogramme* ABCD, *sera égal au parallélogramme* ABEF.

De cette notion on conclud la suivante.

41. Les parallélogrammes de même hauteur, (*Fig.* 23.) faits sur des bases égales, sont égaux. (Par la 36 du 1 d'Eucl.)

42. Les triangles décrits sur une même base, & entre les mêmes paralleles, sont égaux. (Par la 37 du 1 d'Eucl.)

Les triangles ABC, ABD, (*Fig.* 24.) *sont sur une même base* AB, *& se terminent entre les mêmes paralleles* CF, AB: *ainsi il faut prouver leur égalité; pour cela, qu'on suppose* BE *parallele à* AC, *&* BF *parallele à* AD.

Les

Les parallélogrammes ABCE, ABDF, *sont égaux* (*par la* 40), *les triangles proposés* ABC, ABD, *sont leurs moitiés* (*suivant la* 37); *donc ils sont égaux.* (*par la* 6.) De plus il est évident que,

43. Les triangles de même hauteur (*Fig.* 25.) faits sur des bases égales, sont égaux. (Par la 38 du 1 d'Eucl.)

44. Si un parallélogramme & un triangle sont sur une même base & entre mêmes paralleles, le parallélogramme est double du triangle. (Par la 41 du 1 d'Eucl.)

Par exemple, (*Fig.* 26.) *que les lignes* AB, CE, *soient paralleles, nous disons que le parallélogramme* ABCD, *est double du triangle* ABE. Tirez la diagonale BC, ou la supposez.

Les triangles ABC, ABE *sont égaux* (*par la* 42), *le parallélogramme* ABCD *est double du triangle* ABC (*par la* 37); *donc il est double de son égal* ABE.

45. Dans tout triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, que l'on nomme *hypoténuse*, est égal aux quarrés des deux autres côtés. Et la perpendiculaire abaissée de l'angle droit coupe le quarré opposé en deux rectangles, qui sont entre eux comme les deux autres quarrés, chaque rectangle étant égal à son quarré. (Par la 47 du 1 d'Eucl.)

L'angle BAC (*Fig.* 27.) *étant droit, on dit que le quarré* BE *est égal aux deux quarrés* O, S, & *supposé la perpendiculaire* A H, *je prouve premiérement que le rectangle* BH *est égal au quarré* O. Tirez les lignes CF, AD.

Les triangles BFC, BDA, *sont égaux* (*par*

la 22), *ils ont les côtés* FB, BC, AB, BD *égaux ; comme aussi leurs angles* FBC, ABD ; *lesquels sont chacun composés d'un angle droit & du commun* ABC.

Le quarré O *est double du triangle* BFC, *& le rectangle* BH *est double du triangle* BAD (*par la précédente*) ; *donc le quarré* O *est égal au rectangle* BH. (*par la 6.*)

On fera voir de même que le quarré S *est égal au rectangle* GH ; *donc le quarré* DC *est égal aux deux* OS, *& ces deux quarrés sont entr'eux comme les deux rectangles* BH, CH. Il s'en suit que,

46. Si un triangle rectangle est isoscele, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est double de chacun des quarrés faits sur les côtés égaux, (*Fig. 28.*)

47. Les triangles de hauteur égale, sont entr'eux comme leur base. (par Coroll. 1 de la 1 du 6 d'Eucl.)

Supposé EF *parallele à* ADC (*Fig. 29.*) *on dit que le triangle* ABE *est au triangle* CDF, *comme la base* AB *est à la base* CD ; *c'est-à-dire, que si, par exemple, la base* AB *est double, ou triple de la base* CD, *le triangle* ABE, *est double ou triple du triangle* CDF.

Supposé que la base AB *soit de 3 pieds, la base* CD *de 5, & que de ces parties on ait mené des lignes aux angles* E, F ; *ces lignes diviseront les triangles proposés en huit petits triangles, qui seront égaux (suivant la 43). Le premier* ABE *en contiendra trois, & le deuxieme* CDF *cinq : donc les triangles* ABE, CDF, *sont entr'eux en raison de 3 à 5, comme les bases* AB, CD.

48. Les parallélogrammes de même hauteur, font en même raison que leur base. (Par la 1 du 6 d'Eucl.)

Le parallélogramme CD, (*Fig.* 30.) *composé de huit triangles égaux, est double du parallélogramme* AB, *composé de quatre; comme la base* CE, *de quatre parties égales, est double de la base* AO, *de deux.*

49. Les trapezes de hauteur égale, sont entr'eux comme leur base, quand leur base est en même raison que les côtés paralleles qui lui sont opposés. (*Fig.* 31.)

Les bases AB, CD, *sont entr'elles comme leurs côtés opposés parralleles* EF, GH: *car* 2 *est à* 3 *comme* 4 *à* 6, *aussi le premier trapeze de six triangles, est au deuxième de* 9, *comme la base* AB, *à la base* CD, 2 *à* 3: *six étant deux tiers de neuf, comme quatre sont deux tiers de six.*

50. Les trapezes de même hauteur, dont les bases se trouvent paralleles à leurs côtés opposés, sont entr'eux comme les sommes de leurs côtés paralleles. (*Fig.* 32.)

La somme des côtés paralleles AB, CD, *est* 18, *celle des côtés paralleles* EF, GH, *est* 6; & *comme* 18 *est triple de* 6, *aussi le trapeze* AD, *composé de* 18 *triangles, est triple du trapeze* EH, *composé de* 6.

51. Si dans un triangle, une ligne est parallele à un des côtés, elle divise les deux autres proportionnellement. (Par la 2 du 6 d'Eucl.)

Que la ligne EF (*Fig.* 33.) *soit parallele au côté* BC, *on prouve que le côté* AB, *est coupé en* E, *comme le côté* AC *l'est en* F; *c'est-à-dire, que la raison de*

AE *à* EB, *est semblable à celle de* AF *à* FC. Supposé les lignes CE, BF.

Les triangles EFB, EFC, *son égaux* (*par la* 42) & (*par la* 47); *comme* AE *est à* BE, *le triangle* AEF *est au triangle* BEF *ou* CEF *son égal; de plus, comme le triangle* AEF *est au triangle* CEF, AF *est à* FC; *donc* (*par la* 10), *c'est-à-dire, par la proportion d'égalité, il y a même raison de* AE *à* EB, *que de* AF *à* FC.

Il s'ensuit de la même proposition, que,

52. La ligne qui divise proportionnellement deux côtés d'un triangle, est parallele au troisiéme.

53. Les triangles équiangles ont leurs côtés pareils, ou *homologues*, proportionels. (Par la 4 du 6 d'Eucl.)

Si les triangles ABC, DCE (*Fig.* 34.) *sont équiangles, ils ont les côtés proportionnels; c'est-à-dire, que les côtés du premier sont entr'eux, comme ceux du deuxiéme: je le démontre.*

Que les bases BC, CE *ne fassent qu'une ligne droite; les angles* ABC, DCE *étant égaux, de même que les angles* ACB, DEC: *les côtés* AB, CD, *sont paralleles, comme aussi les côtés* AC, DE (*par la* 16); & BA, ED, *étant prolongés en* F, ACDF *est un parallélogramme qui a les côtés* AF, FD, *égaux à leurs opposés* CD, CA (*par la* 38.) *Cela posé, venons à notre démonstration.*

1. *Dans le triangle* BEF, CD *est parallele à* BF; *donc* (*par la* 51) *il y a même raison de* DE *à* DF, *ou* CA, *son égale, que de* CE *à* CB; & *par échange* (*c'est-à-dire par la* 9) DE *est à* CE, *comme* AC *à* BC.

2. *La ligne* AC *est parallele à* EF *: ainsi il y a même raison de* AB *à* AF , *ou* CD , *son égale , que de* CB *à* CE *; & par échange* BA *est à* BC , *comme* CD *à* CE.

Et enfin par égalité (c'est-à-dire par la 10) AB *est à* AC , *comme* DC *à* DE *: donc les triangles équiangles ont les côtés proportionnels.* Il s'ensuit que ,

54. Les triangles qui ont les côtés proportionnels , sont équiangles. (Par la 5 du 6 d'Eucl.) *De plus ,*

55. Les triangles qui ont les angles égaux , ou les côtés proportionnels , sont semblables.

56. Le triangle rectangle se divise en deux autres qui lui sont semblables , par la perpendiculaire tirée de l'angle droit sur le côté opposé. (Par la 8 du 6 d'Eucl.)

Supposé (Fig. 35.) *que la ligne* BD *tirée de l'angle droit* ABC , *soit perpendiculaire au côté opposé* AC , *je prouve que les triangles* ABD , BCD , *sont semblables au triangle rectangle* ABC.

1. *Les triangles* ABC , ABD , *ont l'angle* A *commun , & leurs angles* ABC , ADB *sont droits ; donc (par la* 31) *ils sont équiangles , & semblables (par la* 55.)

2. *Les triangles* ABC , BCD , *sont aussi semblables par la même raison , puisqu'ils ont l'angle* C *commun , & chacun un angle droit.*

57. Deux triangles sont semblables quand ils ont un angle commun, & les côtés opposés à cet angle , paralleles. (*Fig.* 36.)

Que DE *soit parallele à* BC , *je dis que les triangles* ADE , ABC , *sont semblables.*

Puisque les lignes BC, DE, *sont paralleles, l'angle* D *est égal à l'angle* B*; l'angle* E *l'est à l'angle* C, (*par la* 15) *l'angle* A *est commun : ainsi les angles* ABC, ADE, *ont les angles égaux, & sont semblables,* (*par la* 55.)

58. Deux triangles qui ont un angle égal, & les côtés de cet angle proportionnels, sont semblables. (Par la 6 du 6 d'Eucl.)

Si AB *est à* AD, (*Fig.* 37.) *comme* AC *à* AE, *les triangles* ABC, ADE, *sont semblables : je le prouve.*

Par la division de raison (*c'est-à-dire par la* 12), AL *est à* BD, *ainsi que* AE *à* EC*; donc* DE *est parallele à* BC (*suivant la* 52), *& les triangles sont semblables,* (*par la précédente.*)

La même chose doit s'entendre des triangles séparés O *&* P.

59. Deux lignes qui se croisent entre deux paralleles, font deux triangles semblables; & si une des croisées est coupée en deux également par l'autre, ou que les deux paralleles soient égales, les triangles sont semblables & égaux. (*Fig.* 38.)

1. *Les lignes* AE, BD *se coupant entre les paralleles* AB, DE*: je dis que les triangles* ABF, CDE, *sont semblables.*

Les angles opposés C, F, *sont égaux* (*par la* 19), *les alternes* AE *le sont aussi, de même que les alternes* B, D (*par la* 20)*; donc* (*par la* 55) *les triangles* ABF, CDE, *sont semblables.*

2. *Si* AE *est coupé en deux également par* BD, *ou* BD *par* AE, *ou que* AB *soit égale à sa parallele* DE*; les deux triangles sont semblables & égaux,* (*par la* 34.)

60. Si deux triangles égaux, on un angle égal à un angle ; les côtés qui font cet angle font réciproquement proportionnels. (Par la 15 du 6 d'Eucl.)

Les triangles S, I, (*Fig.* 39.) *étant égaux, & leurs angles au point* B *égaux ; on prouve que* AB, *base du premier triangle, est à* DB *côté du second, comme* BE *base du second, est à* BC *côté du premier.* Que AD, CE soient deux lignes droites, & qu'elles fassent avec la ligne CD, le triangle O.

Puisque les triangles S, I, *sont égaux, ils ont même raison au triangle* O, *c'est-à-dire, qu'il y a même raison du triangle* S *au triangle* O, *que du triangle* I, *au même triangle* O ; *& ces triangles étant entr'eux comme leurs bases (suivant la* 47), AB, *base du triangle* S, *est à* BD, *base du triangle* O : *comme* BE, *base du triangle* I, *est à* BC, *base du même triangle* O ; *donc les triangles proposés* S, I, *ont les côtés réciproquement proportionnels (suivant la* 74 *du chap. préced.)* Il s'ensuit que,

61. Deux triangles sont égaux, s'ils ont un angle égal, & les côtés de cet angle, réciproques.

62. Quatre lignes étant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrêmes, est égal au rectangle compris sous les moyennes. (Par la 16 du 6 d'Eucl.)

Que AB *soit à* BC, (*Fig.* 40.) *comme* BD *à* BE, *le rectangle* AE *compris sous les extrêmes* AB, BE, *est égal au rectangle* BH, *compris sous les moyennes* BC, BD : *je le fais voir.*

Que les lignes A, B, C fassent une ligne droite, de

même que les lignes D, B, E; & que BF soit un rectangle produit par la continuité des lignes GE, HC.

Il y a même raison du rectangle AE *au rectangle* BF, *que de la base* AB *à la base* BC, *& du rectangle* BH *au rectangle* BF, *que de la base* BD *à la base* BE (*par la* 48); *la raison de la base* AB *à la base* BC, (12 *à* 8) *est comme celle de la base* BD *à la base* BE, (3 *à* 2); *ainsi, il y a même raison du rectangle* AE *au rectangle* BF, *que du rectangle* BH, *au même rectangle* BF; *donc* (*par la* 6) *les rectangles* AE, BH *sont égaux. Aussi contiennent-ils chacun vingt-quatre petits quarrés égaux.*

63. Les rectangles égaux, ont les côtés réciproques.

Les rectangles, AE, DC (*même Fig.* 40.) *sont égaux, nous l'avons prouvé : & comme* AB *est à* BC, (12 *à* 8) BD *est à* BE, (3 *à* 2) *ou ce qui est la même chose, comme* AB *est à* BD, (12 *à* 3) BC *est à* BE, (8 *à* 2). *Ainsi l'antécédent de la premiere raison, & le conséquent de la seconde, se trouvent dans le premier rectangle* AE : *donc les rectangles égaux* AE, BH *ont les côtés réciproques* (*suivant la* 73 *du chap. précéd.*)

64. Trois lignes étant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrêmes, est égal au quarré fait sur la moyenne; & si le quarré est égal au rectangle, les lignes sont proportionnelles. (Par la 17 du 6 d'Eucl.)

1. *Que les lignes* A, B, C, (*Fig.* 41.) *soient proportionnelles, le rectangle* BC, *compris sous les extrêmes* A,

A, C, *est égal au quarré* BE, *fait sur la moyenne* B, *je le prouve.*

Comme A *est à* B, *ou* E, *son égale, ainsi* B *à* C : *donc (par la* 62 *) le rectangle* AC *est égal au quarré* BE.

2. *Le quarré & le rectangle étant égaux, ils ont les côtés réciproques (par la* 63 *) : ainsi comme* A *est à* E, *ou* B, *son égale,* B *est à* C.

65. Les complémens, ou supplémens d'un parallélogramme sont égaux. (Par la 43 du 1 d'Eucl.)

Que les supplémens FH, GI, (*Fig.* 42.) *soient égaux ; je le démontre.*

Les trois parallélogrammes AD, HI, FG, *sont coupés chacun en deux triangles égaux par la diagonale* BC (*suivant la* 37) *; donc si des triangles égaux* ABC, BCD, *on soustrait les égaux* BHE, BIE, CEF, CEG : *les supplémens* FH, GI, *resteront égaux.* (*Par la* 5.)

66. Les triangles semblables sont en raison doublée, ou, ce qui est la même chose, ils sont entr'eux, comme les quarrés de leurs côtés homologues. (Par la 19 du 6 d'Eucl.)

Supposé (*Fig.* 43.) *les triangles semblables* ABC, DEF, *on dit qu'ils sont en raison doublée de leurs côtés homologues* BC, EF : *de sorte que si une ligne* GH *est à* EF, *comme* EF *à* BC : ABC *sera au triangle* DEF, *comme la base* BC, *à la troisieme proportionnelle* GH. Que BI soit coupée égale à GH.

Les angles B, E, *sont égaux, puisque les triangles* ABC, DEF *sont semblables ; &* AB *est à* DE, *comme* BC à EF (*par la* 53) *: de plus, com-*

me BC *est à* EF, EF *est à* GH, *ou* BI *son égale : ainsi, comme* AB *est à* DE, EF *est à* BI (*par la* 10), *les triangles* ABI, DEF, *ont donc les côtés réciproques autour des angles égaux* B, E, & (*par la* 61) *ils sont égaux. Mais le triangle* ABC *a même raison à* ABI, *que* BC *à* BI, *ou* GH, *son égale* (*par la* 47) ; *donc* ABC *est à* ABI, *ou* DEF, *son égal, comme* BC *à* GH : *de sorte que si* BC *étoit double, moitié, ou triple de* GH, *le triangle* ABC *seroit double, moitié, ou triple du triangle* DEF : BC *est quadruple de* GH ; *donc* ABC *est quadruple du triangle* DEF, *de même que le quarré* BL *est quadruple du quarré* EM (*Fig.* 43.)

Les 16 *petits quarrés égaux compris dans le quarré* EM, & *les* 64 *compris dans le quarré* BL, *font voir que le quarré* BL *est quadruple du quarré* EM, 16 *étant le quart de* 64.

67. Si trois triangles ont leurs bases proportionnelles, & que le premier & le troisieme soient de même hauteur ; le deuxieme sera égal au dernier s'il est semblable au premier ; mais au contraire, s'il est semblable au dernier, il sera égal au premier.

Supposé les trois bases proportionnelles AB, BC, CD, (*Fig.* 44,) & *les triangles* ABE, CDG *de même hauteur ; je dis premierement que le triangle* F *construit sur la moyenne, est égal au triangle* G, *parce qu'il est semblable au triangle* E.

Puisque les triangles ABE, BCF *sont semblables, ils sont en raison doublée de leurs bases ; c'est-à-dire, qu'il y a même raison du triangle* ABE *au triangle* BCF, *que de la base* AB *à la troisieme proportionnelle* CD (*suivant la précédente.*) ; *or il y a*

même raison du triangle ABE *au triangle* CDG, *que de la base* AB *à la base* CD (*par la* 47); *ainsi le triangle* ABE, *a même raison au triangle* BCF, *qu'au triangle* CDG; *donc* (*par la* 6) *les triangles* BCF, CDG, *sont égaux.*

Secondement, je prouve que le triangle F, (*Fig.* 45) *qui est semblable au triangle* G, *est égal au triangle* E.

Le triangle CDG *est à son semblable* BCF, *comme sa base* CD *à la troisieme proportionnelle* AB : & *comme* CD *est à* AB, *le triangle* CDG *est au triangle* ABE (*suivant la* 47); *donc le triangle* G *a même raison au triangle* F, *qu'au triangle* E; *donc les triangles* ABE, BCF, *sont égaux.*

68. Les poligones semblables, se divisent en des triangles semblables. (Par la 20 du 6 d'Eucl.)

Que les poligones BE, GK (*Fig.* 46.) *soient semblables, je dis que les triangles de l'un, sont semblables aux triangles de l'autre.*

Les poligones étant semblables, les angles B, G *sont égaux*, & AB *est à* BC, *comme* FG *à* GH, (*suivant la* 71 *du chap. précéd.*) *donc les triangles* ABC, FGH *sont semblables* (*par la* 58), & AC *est à* CB *comme* FH *à* HG. *De plus, comme* BC *est à* CD, GH *est à* HI : *donc par égalité, comme* AC *est à* CD, FH *est à* HI : & *les angles égaux* BCA, GHF, *étant soustraits des égaux* BCD, GHI : *les angles* ACD, FHI, *restent égaux. Donc les triangles* ACD, FHI *sont encore semblables*, (*par la même* 58) : & *par conséquent, comme* AD *est à* DC, FI *est à* IH; *mais comme* CD *est à* DE, HI *est à* IK; *donc, par égalité, comme* AD *est à* DE, FI *est à* IK,

F 2

& les angles ADE, FIK *étant égaux, puisqu'ils restent des égaux* CDE, HIK, *desquels sont soustraits les égaux* ADC, FIH, *les triangles* ADE, FIK, *sont aussi semblables.*

69. Les poligones semblables sont en raison doublée, ou ce qui est le même, ils sont entr'eux comme les quarrés de leurs côtés homologues. (Par la 20 du 6 d'Eucl.)

Les poligones ABCDE, FGHIK (*Fig.* 47.) *sont semblables ; il faut donc prouver qu'ils sont en raison doublée de leurs côtés homologues, par exemple, de leurs bases* CD, HI. Que la ligne L soit à IF, comme IF à DA.

Les triangles O, R, *sont semblables aux triangles* P, S (*par la précédente*). *Les triangles* R, S, *étant semblables, ils sont en raison doublée de leurs côtés homologues ; c'est-à-dire, que le triangle* R *est au triangle* S, *comme son côté* AD *est à la troisieme proportionnelle* L (*par la* 66). *Par la même raison, le triangle* O *est au triangle* P, *comme le même côté* AD *est à la même troisieme proportionnelle* L. *Il y a donc même raison du triangle* R *au triangle* S, *que du triangle* O *au triangle* P ; *& en composant, comme le triangle* O *est au triangle* P, *les deux triangles* O, R, *c'est-à-dire, le quadrilatere* ACDE, *est aux triangles* P, S, *c'est-à-dire, au quadrilatere* FHIK (*par la* 11).

La même démonstration se fera des quadrilateres ABCD, FGHI : *& enfin* (*par la même* 11) *on conclura que les poligones* BE, GK, *sont entr'eux comme les triangles* O, P, *lequels étant en raison doublée de leurs bases* CD, HI, *les poligones*

BE, GK, *ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes baſes.*

De plus, les quarrés DT, IV, *ſont entr'eux comme les triangles* O, P, (*par la* 66), *donc les poligones* BE, GK, *qui ſont entr'eux comme ces triangles, ſont entr'eux comme les quarrés.*

70. Les parties d'un poligone ſont entr'elles, comme les parties d'un autre poligone ſemblable. (*Fig.* 48.)

Les poligones BO, DP *ſont ſemblables; je dis donc que les triangles* G, H, I, *ſont entr'eux comme ſont les triangles du deuxieme*, L, M, N.

Puiſque les poligones ſont ſemblables, leurs triangles ſont auſſi ſemblables : ainſi les triangles G, L, *ſont en raiſon doublée de leurs côtés homologues* AE, CF (*ſuivant la* 66); *les triangles* H, M, *ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes côtés* AE, CE : *donc il y a même raiſon du triangle* G *au triangle* L, *que du triangle* H *au triangle* M; & (*par échange*) *le triangle* G *eſt au triangle* H, *comme le triangle* L *au triangle* M. *Par la même raiſon le triangle* H *eſt au triangle* I, *comme le triangle* M *au triangle* N.

De plus (*par égalité*) G *eſt à* I, *comme* L *à* N & (*en compoſant*) *comme le triangle* G *eſt au quadrilatere* HI, *le triangle* L *eſt au quadrilatere* MN.

71. Si on décrit des poligones ſemblables ſur les côtés d'un triangle rectangle; le plus grand, *c'eſt-à-dire*, celui qui aura pour baſe le côté oppoſé à l'angle droit, ſera égal aux deux autres. (Par la 31 du 6 d'Eucl.)

L'angle C, (*Fig.* 49) *du triangle* ABC *eſt droit, ainſi j'ai à prouver que le poligone* F, *eſt égal aux deux poligones* D, E, *qui lui ſont ſemblables.*

Les poligones ſemblables D, E, F *ſont entr'eux comme les quarrés de leurs baſes ou côtés homologues* AB, BC, CA (*par la* 69), *le plus grand quarré* G, *eſt égal aux deux petits* H, I (*par la* 45); *donc le plus grand poligone* F, *eſt égal aux deux petits* D, E.

72. Une ligne droite touche un cercle & ne le coupe pas, ſi elle eſt perpendiculaire à l'extrêmité du diametre. (Par Coroll. 1. de la 16 du 3 d'Eucl.)

La droite AB (*Fig.* 50) *étant perpendiculaire à l'extrêmité du diametre* AO, *il eſt évident qu'elle touche le cercle, mais qu'elle ne le coupe pas, même étant continuée vers* E; *c'eſt ce qu'il faut faire voir : & pour cela qu'on prenne dans cette ligne* AB, *un point comme on voudra, par exemple, le point* D, & *qu'on tire au centre la ligne droite* CD.

Puiſque l'angle BAC *eſt droit, l'angle* ADC *ſera aigu* (*par la* 32), & *la ligne* CD *oppoſée à l'angle droit, ſera plus grande que le rayon* AC *oppoſé à l'angle aigu* (*par la* 33); *donc le point* D *a été pris hors le cercle* (*ſuivant la* 1). *Or la même démonſtration ſe fera de tous autres points de la touchante* BE, *ſi près qu'on le puiſſe prendre du point* A : *donc la droite* BE, *n'entre point dans le cercle.* De plus il s'enſuit que,

73. Le cercle n'eſt touché d'une ligne droite qu'à un ſeul point, & la perpendiculaire tirée de ce point paſſe par le centre du cercle. (Par la 19 du 3 d'Eucl.)

74. Le rayon divise la circonférence du cercle en six parties égales, chacune de 60 degrés. (*Fig.* 51.)

Que la ligne AC *soit tirée égale au rayon* BC, *je dis que l'arc* AC *sera la sixieme partie de la circonférence du cercle : c'est-à-dire, qu'il sera de* 60 *degrés, sixieme partie de* 360.

Supposé le rayon AB. *Le triangle* ABC *est équilatéral, & ses trois angles, qui pris ensemble, valent* 180 *degrés* (*suivant la* 29), *sont chacun de* 60 : *donc l'arc* AC, *qui est la mesure de l'angle* B, *est de* 60 *degrés.*

75. L'angle du centre est double d'un angle de la circonférence qui a le même arc pour base. (par la 20 du 3 d'Eucl.)

1. *Dans le cercle* S, (*Fig.* 52) *l'angle du centre* CAD, *& l'angle* CBD *de la circonférence, ont un même arc* CD *pour base ; j'ai donc à prouver que le premier est double du deuxieme.*

Les droites AB, AC, *sont égales, ainsi le triangle* ABC *est isoscele, & ces angles* B, C, *sont égaux* (*par la* 25), *l'angle* A *est égal aux deux* B *&* C (*par la* 27) ; *donc il est double du seul* B.

2. *Dans le cercle* T, *l'angle* CAE *est encore double de l'angle* CBE ; *car supposé la ligne* BAD *traversant le centre* A, *l'angle* CAD *est double de* CBD, *&* DAE *l'est de l'angle* DBE, *par le cas précédent.*

Enfin l'angle du centre FGH (*Fig.* 53), *est aussi double de l'angle* FIH, *qui est à la circonférence ; car supposé la ligne* IGN, *l'angle* NGH *sera double de l'angle* NIH ; *& l'angle* NGF *le sera*

de l'angle NIF (*par le premier cas*) ; *si donc vous ôtez l'angle* NGF *de l'angle* NGH, *& l'angle* NIF *de l'angle* NIH : *restera l'angle* FGH *double de l'angle* FIH.

76. Les angles qui sont dans un même segment de cercle, ou dans des segmens égaux, ou semblables, sont égaux. (Par la 21 du 3 d'Eucl.)

Les angles ADB, AEB (*Fig.* 54.), *compris dans le même segment* ACB, *sont chacun moitié de l'angle du centre* AFB (*par la précédente*) ; *donc ils sont égaux* (*par la* 6). *Et la même chose est évident à l'égard des angles qui sont dans des segmens égaux.*

Mais supposé les deux cercles concentriques IKM, NOP (*Fig.* 55) ; *les arcs* N, O, I, K, *étant compris dans l'angle commun* IRK, *le premier est à son cercle, ce que le deuxieme est au sien* (*par la* 13) : *ainsi les segmens décrits sur les deux cordes* IK, NO *sont semblables quoiqu'inégaux.*

Or que les angles qui sont dans le grand segment IMK, *comme ceux qui sont dans le petit* NPO, *soient égaux ; cela est évident* (*par la* 6), *puisque chacun de ses angles est moitié de l'angle* R *qui est au centre.*

77. L'angle inscrit dans le demi-cercle est droit (par la 31 du 3 d'Eucl.)

L'angle ACB (*Fig.* 56) *est dans un demi-cercle ; je dis donc qu'il est droit, & je le prouve.* Que la ligne DE soit abaissée perpendiculairement du centre D, les angles au point D seront droits.

L'angle droit ADE *est double de l'angle* ABC ; *l'angle droit* BDE *est aussi double de l'angle* BCE (*par*

(par la 75); donc les angles ACE, BCE *sont chacun demi-droit; & l'angle* ACB *qui en est composé est droit.*

78. Un quadrilatere inscrit dans un cercle, a ses angles opposés égaux à deux droits. (par la 22 du 3 d'Eucl.)

Que les angles opposés BAD, BCD, (*Fig.* 57.) *du quadrilatere* AB, CD *soient égaux à deux droits: voici comme on le démontre.*

Supposé les lignes droites AC, BD, *l'angle* P *est égal à l'angle* O; *& l'angle* S *l'est à l'angle* R (*par la* 76). *L'angle* BAD, *vaut deux angles droits avec les angles* O, R (*par la* 29); *donc il vaut deux angles droits avec leurs égaux* S, P, *ou le seul* BCD.

79. La tangente & la sécante font au point de l'attouchement, des angles égaux à ceux des segmens alternes. (Par la 32 du 3 d'Eucl.)

1. *Que la ligne* GB, (*Fig.* 58.) *touche le cercle au point* A, *on prouve que l'angle* BAC, *fait de la tangente* AB *& de la sécante* AC, *est égal à l'angle du segment alterne* AHC. *Supposé le diametre* AD, *il sera perpendiculaire à la tangente* AB. (*suivant la* 73.)

L'angle ACD *est droit (par la* 77), *& l'angle* DAC *qui avec l'angle* D *vaut un droit (par la* 29), *vaut aussi un droit avec l'angle* BAC; *puisque* AD *est perpendiculaire sur* AB: *donc l'angle* BAC *est égal à l'angle* D (*suivant la* 7) *& par conséquent à l'angle* H *qui est égal à l'angle* D. (*par la* 76.)

2. *Je prouve que l'angle* GAC, *est aussi égal à l'angle du segment alterne* AEC. (*Fig.* 59.)

L'angle D *avec l'angle* E *vaut deux angles droits (par la* 78), *de même que l'angle* BAC *avec l'an-*

gle CAG (*par la* 18). *Les angles* ADC, BAC, *sont égaux, nous venons de le prouver : donc les angles* GAC, AEC, *le sont aussi.*

80. Les arcs égaux, ont des cordes égales. (Par la 29 du 3 d'Eucl.)

Les arcs BC, CD, (*Fig.* 60.) *sont supposés égaux ; je dis donc que leurs cordes, qui sont les droites* BC, CD, *sont égales.* Soit tiré du centre A les rayons AB, AC, AD.

Puisque les arcs BC, CD, *sont égaux, les angles* E, F, *faits au centre du cercle, sont égaux* (*par la* 14) *; les rayons* AB, AC, AD, *sont aussi égaux : donc les triangles* ABC, ACD *ont les côtés égaux* (*par la* 22 *& par la* 24), *& les cordes* BC, CD, *sont égales ; ce qui étoit à prouver.*

81. Le rayon qui coupe une corde en deux également, coupe l'arc de même. (Par la 30 du 3 d'Eucl.)

Si le point E (*Fig.* 61.) *étant le centre de l'arc* ADB, *le rayon* DE *coupe la corde* AB *en deux parties égales ; je dis qu'il coupe aussi l'arc en deux également en* D : *& je le fais voir.*

Supposé les rayons AE, BE : *les côtés du triangle* ACE *sont égaux aux côtés du triangle* BCE *; les triangles* ACE, BCE, *sont donc semblables* (*par la* 23), *& ont les angles* G, H, *égaux* (*par la* 24) *; donc les arcs* AD, BD, *qui sont leurs mesures, sont égaux.* Il s'ensuit que,

82. La ligne qui coupe en deux également l'arc & sa corde, est un rayon du cercle.

83. La perpendiculaire qui coupe une corde en deux également, passe par le centre de l'arc. (Par la 3 du 3 d'Eucl.)

Si la perpendiculaire CE, (*Fig.* 62.) *coupe la corde* AB *en deux parties égales, je dis qu'elle passe par le centre de l'arc* AB. Tirez les droites AD, BD.

Les lignes AC, CB, *étant égales : CD commune : les angles au point* C, *droits : les triangles* ACD, BCD, *sont égaux & semblables* (*par la* 22); *ainsi les cordes* AD, BD *sont égales, & ont leurs arcs égaux* (*par la* 80) : *donc l'arc* ADB *est coupé en deux parties égales, de même que sa corde* AB, *& la perpendiculaire* DE *passe par le centre de l'arc.* (*suivant la* 82.)

84. Si deux cercles égaux se croisent, la ligne droite menée par les points communs de leurs circonférences, coupera en deux également & par des angles droits, la droite menée d'un centre à l'autre. (*Fig.* 63.)

Que les points A, B *soient les centres des cercles égaux* H, I : *je prouve que la droite* CD *coupe la droite* AB *en deux parties égales, & à angles égaux.*

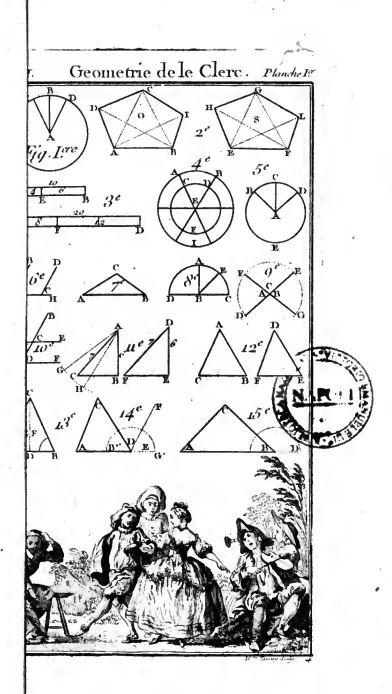
Les triangles ACD, BCD, *ont les côtés* AC, AD, BC, BD, *égaux, &* CD *commun : donc ils sont semblables* (*par la* 23), *& leurs angles* ACD, BCD, *sont égaux* (*par la* 24). *De plus, les rayons* AC, CB *étant égaux, & la ligne* CE *commune aux angles égaux* ACE, BCE : *les triangles* ACE, BCE, *sont aussi égaux en toutes leurs parties* (*par la* 22). *Donc les lignes* AE, EB *sont égales, & les angles en* E *sont égaux* (*par la* 24), *& droits* (*par la* 9 *du chapitre précédent.*)

AVERTISSEMENT.

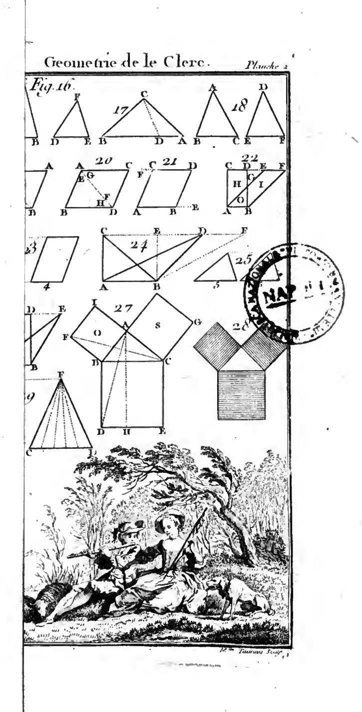
COMME il se trouve diverses citations dans cet Ouvrage, il est bon d'avertir que lorsqu'on verra simplement (*par la* 15) ou (*par la* 22); cela veut dire que l'on renvoie pour la preuve de cette proposition au 15ᵉ ou au 22ᵉ Article du même Chapitre où se trouve cette citation dans ce *Traité de Géométrie*. Lorsqu'il y a (*par la* 15 *du* 2), cela signifie, par la 15ᵉ proposition, ou par le 15ᵉ Article du Chapitre second de ce même Traité: mais lorsqu'on trouvera (*par la* 47 *du* 1 *d'Eucl.*) ou (*par Coroll.* 1 *de la* 19 *du* 1 *d'Eucl.*) on entend par-là que la proposition dont il s'agit se trouve démontrée par la 47 proposition du premier Livre des *Elémens d'Euclide*, ou bien qu'elle est une suite du Corollaire 1 de la 19 proposition du premier Livre des mêmes *Elémens*. Les autres citations sont trop faciles à entendre pour arrêter le Lecteur. Nous ajouterons seulement, à l'occasion des Elémens d'Euclide, que l'Edition que nous avons suivie est celle du P. Deschalles, corrigée & démontrée de nouveau par *M. Audierne*, & imprimée à Paris, chez *Jombert*, en 1753.

Cette Edition est préférable aux précédentes, non seulement pour l'ordre & la clarté qui regne dans tout l'Ouvrage, ainsi que pour la force & l'exactitude des nouvelles démonstrations, mais encore par l'utilité des fréquens usages auxquels l'Auteur a sçu appliquer les propositions qui en étoient susceptibles.



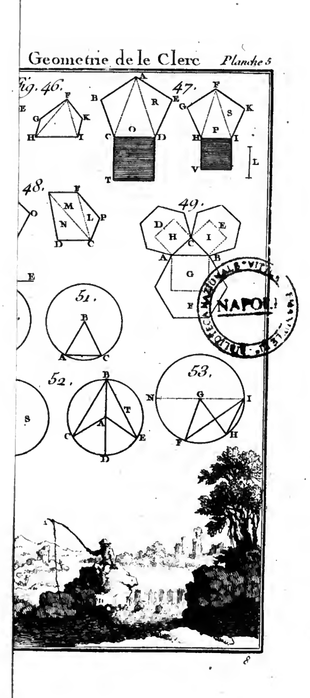

Geometrie de le Clerc. Planche I.re
Fig. I.ere
2.e
3.e
4.e
5.e
6.e
7.e
8.e
9.e
10.e
11.e
12.e
13.e
14.e
15.e

Geometrie de le Clerc. *Planche 2*



H.te Launay Sculp

Hlle Taunay Sculp


Fig. 46.
47.
48.
49.
51.
52.
53.
NAPOLI
8

55.
56.
58.
59.
60.
62. et



CHAPITRE III.

DE LA PRATIQUE

Des Lignes, des Angles, & des Figures.

Pour venir à la pratique, il faut être muni d'une regle, d'un compas & d'un rapporteur, qui est un demi-cercle de cuivre, ou de corne, divisé en 180 degrés: on en peut voir la représentation sur la planche I. *de ce chapitre, Figure* 10.

PROPOSITION I.

Couper une ligne droite en deux parties égales.

Euclide, Livre I, Proposition 10.

La ligne AB *est proposée pour être coupée.*

DES points A & B (*Fig.* 1), comme de deux centres, & d'une même ouverture de compas, décrivez des arcs qui se coupent.

Par leurs points d'intersection G, H, menez une ligne droite, elle coupera la donnée en deux parties égales, (*suivant la* 84 *du* 2).

PROPOSITION II.

Couper un arc en deux également.

Euclide, Livre III, propofition 30.

L'arc AOB *eſt propoſé.* (Fig. 2.)

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez deux arcs qui fe coupent, & par leurs points d'interfection G, H, menez la droite GH, elle coupera l'arc propofé en deux également en O.

Que la droite GH *coupe l'arc* AB *en deux également en* O *: je le prouve. Tirez les droites* AG, BG, BH, AH, AG, BO.

Les triangles GAH, GBH, *ont le côté* GH *commun, & les côtés* AG, BG; AH, BH, *égaux (par la* 1 *du* 2), *ainſi ces deux triangles ſont ſemblables (par la* 23 *du* 2); *& (par la* 24 *du* 2) *leurs angles au point* G *ſont égaux.*

Or les lignes AG, BG, *étant égales, les triangles* AGO, BGO, *ſont auſſi égaux & ſemblables (par la* 22 *du* 2); *donc les cordes* AO, BO, *ſont égales, & (par la* 80 *du* 2) *les arcs* AO, BO, *ſont égaux : ce qui étoit à prouver.*

PROPOSITION III.

Couper un angle rectiligne en deux également.

Euclide, Livre I, Propofition 9.

L'angle BAC *eſt propoſé.* (Fig. 3.)

Du point A pris comme centre, décrivez à volonté l'arc DE.

Des points D, E, & d'une même ouverture de com-

pas, décrivez les petits arcs qui se coupent en O.

Menez la ligne AO, elle coupera l'angle en deux également.

Tirez les lignes DO, EO.

Les lignes AD, AE *sont égales :* DO, EO, *le sont aussi* (*par la* 1 *du* 2); AO *est commune aux deux triangles* ADO, AEO : (*par la* 23 *du* 2) *ces triangles sont semblables : &* (*par la* 24 *du* 2) *leurs angles au point* A, *opposés aux côtés* DO, EO, *sont égaux, donc l'angle proposé est coupé en deux également.*

PROPOSITION IV.

D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire.

Euclide, Livre I, proposition 11.

On veut élever au point C, *une ligne perpendiculaire sur* AB. (Fig. 4.)

Posez une des pointes du compas en C, & de l'autre coupez, comme il vous plaira, les parties égales CD, CE.

Des points D, E, faites la section F, je veux dire, de ces points D, E, comme de deux centres & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en F.

Menez CF, elle sera perpendiculaire sur AB.

Tirez DF, EF.

Les lignes CD, CE, *sont égales*, DF, EF, *le sont aussi :* CF, *est commune : donc* (*par la* 23 *du* 2) *les triangles* CDF, CEF *sont semblables, & ont les angles au point* C, *égaux & droits* (*par la* 9 *du* 1); *donc* (*suivant la* 10 *du* 1) *la ligne* CF *est perpendiculaire.*

PROPOSITION V.

Elever une perpendiculaire à l'extrêmité d'une ligne.

La ligne droite GH *étant proposée, on veut élever une perpendiculaire à son extrémité* G. (Fig. 5.)

Marquez à volonté un point Q, au-dessus de GH.

De ce point, & de l'intervalle QG, faites le demi-cercle IGL.

Menez LQI, puis la requise GI qui sera perpendiculaire.

L'angle IGL *est décrit dans le demi-cercle* IGL; *donc il est droit.* (*par la* 77 *du* 2.)

PROPOSITION VI.

Abaisser une perpendiculaire sur une ligne droite.

Euclide, Livre I, Proposition 12.

On veut abaisser du point C *une perpendiculaire sur la droite* AB. (Fig. 6.)

Mettez une des pointes du compas au point C, & de l'autre décrivez un arc qui coupe la ligne AB, par exemple, en D, E.

De ces points D, E, faites la section F.

Menez la requise CO, vers le point F.

Supposé les lignes CD, CE, DF, EF, OF. *Les triangles* CDF, CEF, *sont équiangles* (*par la* 23 *du* 2), *& les angles au point* C *sont égaux* (*par la* 24 *du* 2). *De plus, les triangles* OCD, OCE *sont aussi équiangles, étant semblables* (*par la* 22 *du* 2): *car les lignes* CD, CE, *sont égales:* CO, *est commune, & les angles au point* C *sont égaux. Donc* (*par la* 24 *du* 2) *les angles* COD, COE *sont égaux & droits, & la ligne* CO *est perpendiculaire.* (*suivant la* 10 *du* 1.)

PROP.

PROPOSITION VII.

Elever sur un angle rectiligne, une ligne droite qui fasse des angles égaux de part & d'autre.

L'angle A *est proposé.* (Fig. 7.)

Du point A, décrivez comme il vous plaira, l'arc BC.

Des points B, C, faites la section D.

Tirez la demandée AD.

Supposant les lignes CD, BD, *les triangles* ACD, ABD *sont équiangles* (*par la* 23 *du* 2) ; *donc les angles* CAD, BAD, *sont égaux.*

PROPOSITION VIII.

Par un point proposé, mener une ligne parallele à une autre.

Euclide, Livre I, Proposition 31.

On veut mener par le point A *une ligne qui soit parallele à la ligne* BC. (Fig. 8.)

Du point A, prenez avec le compas, la distance AE, en décrivant un arc qui rase la ligne BC.

De la même ouverture de compas, & d'un autre point, comme H, pris à volonté dans la ligne BC, décrivez l'arc LI.

Menez la demandée DF, de maniere que passant par le point proposé A, elle touche l'arc IL sans le couper.

Que la ligne DF *soit parallele à la ligne* BC, *cela est évident* (*par la* 1 *du* 2.)

PROPOSITION IX.

Faire un angle égal à un autre.

Euclide, Livre I, Propofition 23.

On veut faire fur la ligne AB, *& au point* A, *un angle égal à l'angle* CDE. (Fig. 9.)

De l'angle D, décrivez à la premiere ouverture du compas, l'arc FG.

De la même ouverture du compas, & du point A, décrivez auffi l'arc NM.

Coupez l'arc NO égal à l'arc FG.

Menez AO, & l'angle BAO fera égal au propofé CDE (*fuivant la* 14 *du* 2.)

PROPOSITION X.

Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un rapporteur, ou demi-cercle.

L'angle ABC *eft propofé à mefurer.* (Fig. 10.)

Appliquez fur AB, la ligne du rapporteur, enforte que le centre du demi-cercle fe trouve précifément fur la pointe de l'angle B, & le nombre des dégrés qui fe trouveront compris dans l'arc DE, fera la valeur de l'angle ABC.

PROPOSITION XI.

Faire un angle de tel nombre de dégrés qu'on voudra.

Soit propofé de faire un angle de 50 *dégrés fur* AB, *& au point* B. (Fig. 10.)

Appliquez le rapporteur, ou demi-cercle, comme je viens de dire dans la Propofition précédente,

& à 50 dégrés, à compter du point D, marquez le point E, puis menez BE, qui sera l'angle demandé ABC.

PROPOSITION XII.

Décrire un triangle équilatéral sur une base donnée.

Euclide, Livre I, Proposition 1.

On propose pour base la ligne AB. (Fig. 11.)

Des points A & B, décrivez les arcs AC, BC.

Menez les droites AC, BC, & vous aurez le requis. (*par la* 1 *du* 2.)

PROPOSITION XIII.

Construire un quarré sur une base donnée.

Euclide, Livre I, Proposition 16.

On propose pour base la ligne AB. (Fig. 12.)

Elevez la perpendiculaire AC, (*par la* 5.) & la coupez égale à AB.

Des points B & C, & de l'intervalle AB, faites la section D.

Menez les lignes CD, BD, & vous aurez un quarré.

Les quatre côtés ont été coupés égaux, & ils sont paralleles (par la 39 *du* 2*). L'angle* A *est fait droit, & son opposé* D *l'est aussi (par la* 38 *du* 2*); de même les angles* B, C, *sont égaux & droits, les quatre angles* A, B, C, D, *valant quatre droits (par la* 35 *du* 2*); donc (suivant la* 26 *du* 1*)* CB *est un quarré parfait.*

PROPOSITION XIV.

Inſcrire un triangle équilatéral dans un cercle.

Euclide, Livre IV, Coroll. 1 de la Propoſition 15.

Le cercle AF *eſt propoſé.* (Fig. 13.)

Du point A, pris à volonté dans la circonférence, & de l'intervalle du rayon AB, décrivez l'arc CBD.

Menez la droite CD, elle ſera la baſe du triangle demandé.

L'arc AC *eſt une ſixieme partie de la circonférence (ſuivant la* 74 *du* 2*), & le double* CAD *en eſt le tiers.*

PROPOSITION XV.

Inſcrire un éxagone régulier.

Euclide, Livre IV. Propoſition 15.

Prenez le demi-diametre AB (*Fig.* 14), il diviſera la circonférence du cercle en ſix parties égales (*ſuivant la* 74 *du* 2.)

PROPOSITION XVI.

Inſcrire un quarré dans un cercle.

Euclide, Livre IV. Propoſition 6.

Tirez par le centre O, le diametre BD. (*Fig.* 15.)

Des points B, D, décrivez deux arcs FG, EH, qui ſe coupent.

Par leurs coupes, ou ſections, menez la droite AC, qui paſſera par le centre O, en faiſant quatre angles droits avec le diametre BD (*ſuivant la* 84 *du* 2.)

Décrivez le quarré ABCD, il aura les quatre côtés égaux, & les quatres angles droits.

Les arcs AB, BC, CD, DA, *sont égaux* (*suivant la* 14 *du* 2); *ainsi* (*par la* 80 *du* 2), *le quarré a ses quatre côtés égaux ; & ses quatre angles sont droits* (*par la* 77 *du* 2.)

PROPOSITION XVII.

Inscrire un octogone régulier.

Euclide, Livre IV. Coroll. de la Proposition 6.

Tirez les diametres AB, CD, (*Fig.* 16.) coupant le cercle en quatre parties égales (*par la précédente.*)

Coupez chaque quart de cercle en deux également (*par la* 2) : tirez les côtés de l'octogone AEC, &c.

L'égalité des côtés est évidente (*par la* 80 *du* 2) *& celles des angles* (*par la* 76 *du même* 2.)

PROPOSITION XVIII.

Inscrire tel poligone régulier qu'on voudra par le moyen du rapporteur.

On veut inscrire un pentagone dans le cercle ABC. (Fig. 17.)

Divisez le nombre des dégrés du cercle entier par le nombre des côtés du poligone, c'est-à-dire, divisez 360 par 5, & le quotient 72, sera l'angle du centre ABC que vous ferez (*par la* 11) pour avoir un arc dont la corde AC soit un des côtés du pentagone demandé.

PROPOSITION XIX.

Conſtruire un exagone régulier ſur une baſe donnée.

La baſe AB *eſt donnée.* (Fig. 18.)

Des point A, B, décrivez les arcs BC, AC.
Du point C, faites le cercle ABF, il contiendra ſix fois AB (*ſuivant la* 74 *du* 2.)

PROPOSITION XX.

Décrire un Dodécagone régulier dont un des côtés eſt propoſé.

La droite AB *eſt le côté propoſé.* (Fig. 19.)

Du milieu de AB, elevez la perpendiculaire CD (*par la* 4.)
Du point B, décrivez l'arc AE, & du point E l'arc AD.
Le point D ſera le centre du dodécagone.
L'angle ADB *eſt moitié de l'angle* AEB (*par la* 75 *du* 2.) AEB *eſt l'angle du centre d'un exagone* (*par la précédente.*) *Donc l'angle* ADB *eſt l'angle du centre d'un dodécagone : car l'angle* AEB *étant de* 60 *degrés, l'angle* ADB *eſt de* 30 : *& douze fois* 30, *font* 360, *valeur de toute la circonférence du cercle.*

PROPOSITION XXI.

Sur une baſe donnée décrire un octogone.

La baſe AB *eſt donnée.* (Fig. 20.)

Coupez AB en deux au point C (*par la* 1.)
Elevez la perpendiculaire CE (*par la* 4.)

Du point C, décrivez le demi-cercle ADB.

Du point D, décrivez le cercle AEB, & du point E, le cercle demandé, qui contiendra huit fois AB.

L'angle ADB *est droit* (*par la* 77 *du* 2,) *& l'angle* AEB *est demi-droit* (*suivant la* 75 *du* 2.) *L'angle droit vaut* 90 *degrés* (*suivant la* 18 *du* 2.) *: & le demi-droit* 45, *qui est la valeur de l'angle au centre d'un octogone ; huit fois* 45 *faisant* 360.

PROPOSITION XXII.

Sur une base donnée décrire tel poligone régulier qu'on voudra.

On veut faire un pentagone régulier sur la base AB. (Fig. 21.)

Divisez 360 par le nombre des côtés du poligone à faire, c'est-à-dire, par la 5 ; & le quotient 72 sera la valeur de l'angle, au centre d'un pentagone, (*suivant la* 18.)

Tirez ce nombre 72 de 180, restera 108 pour l'angle de la figure BAC, que vous ferez par la pratique 11.

Coupez cet angle BAC en deux, par la ligne AE (*Prop.* 3.)

Faites l'angle ABE égal à l'angle BAE (*par la* 9), & le point E sera le centre du cercle dans lequel vous ferez le pentagone demandé.

Les angles F, G, *sont faits égaux*, *donc* (*par la* 26 *du* 2) *les lignes* AE, BE *sont égales :* &

le cercle décrit du point E, *& de l'intervalle* EA, *passe par le point* B. *Cela connu, je n'ai qu'à faire voir comme l'angle* AEB *est de* 72 *degrés.*

L'angle G, *qui est égal à l'angle* F, *est aussi égal à l'angle* H : *les deux angles* H, F, *ou le seul* CAB *a été fait de* 108 *degrés ; ainsi les deux* F, G, *valent* 108 *degrés ; lesquels soustraits de* 180 *que valent tous les trois angles du triangle* ABE, (*par la* 29 *du* 2) *reste* 72 *pour l'angle* AEB.

PROPOSITION XXIII.

Inscrire un eptagone dans un cercle.

Le cercle BDE *est proposé.* (Fig. 22.)

Menez le rayon AB, & du point B, décrivez l'arc DAE.

Tirez la droite DE, & sa moitié CD, ou son égale DF, sera à-peu-près la longueur d'un des côtés de l'eptagone.

Nous verrons cette proposition & les deux suivantes au Chapitre 8.

PROPOSITION XXIV.

Inscrire un enneagone.

Menez le rayon AB. (*Fig.* 23.)

De l'extrêmité B, & de l'intervalle BA, décrivez l'arc DAC.

Tirez la droite CD & la prolongez vers F.

Coupez EF égale à AB.

Du point E, décrivez l'arc FG, & du point F, l'arc EG.

Menez AG, & l'arc DH, sera à-peu-près la neuvieme

vieme partie de la circonférence du cercle.

PROPOSITION XXV.

Sur une base donnée, décrire un enneagone régulier.

La ligne AB *est une base proposée.* (Fig. 24.)

Coupez AB en deux également au point C.
Elevez la perpendiculaire CF.
Du point B, décrivez l'arc AD.
Coupez l'arc AD en deux parties égales en E.
Du point D, décrivez l'arc EF; & le point F, sera à-peu-près le centre de l'enneagone.

PROPOSITION XXVI.

Décrire un triangle semblable & égal à un autre.

On veut faire un triangle égal & semblable au triangle ABC. (Fig. 25.)

Tirez DE, égale à la base AB.
Du point D, & de l'intervalle AC, décrivez l'arc LM.
Du point E, & de l'intervalle BC, décrivez l'arc GH.
De la section F, menez les lignes DF, EF, & vous aurez le requis (*par la* 23 *du* 2.)

PROPOSITION XXVII.

Décrire sur une base donnée, un triangle semblable à un autre.

On propose de faire sur AB, *un triangle semblable au triangle* CDE. (Fig. 26.)

Faites l'angle A égal à l'angle C, & l'angle B égal à l'angle D (*par la* 9.) Le troisieme F sera égal au troisieme E (*par la* 31 *du* 2,) & (*par la* 55 *du* 2) les deux triangles seront semblables.

PROPOSITION XXVIII.

Décrire une figure rectiligne égale & semblable à une autre.

On veut faire une figure comme la proposée O. (Fig. 27.)

Tirez EF égale à la base AB.

Faites le triangle EFH semblable au triangle ABD (*par la* 26.)

Faites de même le triangle EFG, semblable au triangle ABC, & tirez GH.

Enfin, faites le triangle EFL, semblable au triangle ABI, & ayant tiré GL, la figure S, sera égale & semblable à la figure O.

Les triangles EFH, EFG, *sont faits égaux & semblables aux triangles* ABD, ABC : *ainsi ôtant des angles égaux* DAB, HEF, *les égaux* BAC, FEG : *les angles* DAC, HEG, *restent égaux : & puisque les côtés* AD, AC, *sont égaux aux côtés* EH, EG, *les triangles* ADC, EHG, *sont*

aussi égaux & semblables (par la 22 du 2.)

Par la même raison, les triangles ACI, BIC, *sont égaux & semblables aux triangles* EGL, FLG. *Donc les figures* O, S, *sont égales & semblables (par la 68 du 2.)*

PROPOSITION XXIX.

Décrire sur une base donnée, une figure semblable à une autre.

Euclide, Livre VI, Proposition 18.

On veut faire sur AB *une figure semblable à la figure* MI. (Fig. 28.)

Menez la diagonale CE, & faites sur la base AB, le triangle L semblable au triangle M (*par la* 27.)

Faites aussi sur BG, le triangle N, semblable au triangle I. Le quadrilatere LN, sera semblable au quadrilatere MI (*par la* 68 *du* 2.)

PROPOSITION XXX.

Construire une figure semblable à une autre, par le moyen d'une échelle.

On veut faire avec l'échelle O, *une figure semblable à la figure* FC, *qui a été mesurée par l'échelle* P. (Fig. 29.)

La base FC contient 9 parties de son échelle P. Prenez aussi 9 parties de l'échelle O, & les donnez à la base AB, ainsi du reste (*suivant la* 28.)

PROPOSITION XXXI.

Trouver le centre d'un cercle.

Euclide Livre III, Propoſition I.

On propoſe de trouver le centre du cercle ABC. (Fig. 30.)

Tirez comme il vous plaira la droite AB, & la coupez en deux également par la perpendiculaire CE (*ſuivant la* 1.)

Coupez CE auſſi en deux parties égales, & le milieu O, ſera le centre du cercle.

La perpendiculaire CE *paſſe par le centre du cercle* (*ſuivant la* 83 *du* 2,) *& le centre ne peut être ailleurs qu'au point* O, *milieu de cette ligne.*

PROPOSITION XXXII.

Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre.

L'arc ABC *eſt le commencement d'un cercle qu'il faut achever.* (Fig. 31.)

Poſez dans l'arc propoſé, trois points comme il vous plaira, par exemple, les points A, B, C.

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui ſe coupent en D, E, & menez la droite DE.

Décrivez deux autres arcs des points B & C; & par leurs ſections P, G, menez la droite PG.

Du point T où ſe coupent les droites PG, DE, & de l'intervalle IA, achevez le cercle commencé.

Suppoſé les droites AB, BC, *elles ſont coupées chacune en deux également, & à angles droits, par*

les droites PT, ET (*suivant la* 84 *du* 2 :) *ces lignes* PT, ET, *passent chacune par le centre de l'arc* ABC (*par la* 83 *du* 2.) *Donc le centre est au point commun* T, *& l'arc* AHC, *qui en est décrit, fait un cercle parfait* ABCH.

PROPOSITION XXXIII.

Trouver le milieu de trois points, ou décrire un cercle par trois points qui ne soient pas dans une ligne droite.

Les points A, B, C, *sont proposés, par lesquels une ligne droite ne peut être menée.* (Fig. 31.)

Cherchez le centre de ces points par la précédente.

PROPOSITION XXXIV.

Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné.

On propose de tirer par le point A, *une ligne qui touche le cercle sans le couper.* (Fig. 32.)

Du centre du cercle, menez DF par le point A. Elevez la perpendiculaire CE, sur DF, elle sera la tangente demandée, (*suivant la* 72 *du* 2.)

PROPOSITION XXXV.

Trouver le point où un cercle eſt touché d'une ligne droite.

On cherche le point où la droite CE *touche le cercle qui eſt deſſus.* (Fig. 32.)

Du centre du cercle D, abaiſſez ſur CE, la perpendiculaire DA (*par la* 6 :) & le point A ſera le demandé. (*par la* 73 *du* 2.)

PROPOSITION XXXVI.

Décrire ſur une ligne droite, un ſegment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné.

Euclide, Livre III, Propoſition 33.

On veut décrire ſur la droite AB, *un ſegment de cercle qui puiſſe comprendre un angle égal à l'angle* C. (Fig. 33.)

Faites l'angle BAD égal à l'angle C. (*prop.* 9.)

Elevez ſur AD, la perpendiculaire AG. (*prop.* 4 *ou* 5.)

Coupez AB en deux, & du milieu H, élevez la perpendiculaire HF.

Du point F, decrivez l'arc AGB, & menez BG. Je dis que l'angle G, compris dans le ſegment ABG, eſt égal au donné C. Tirez BF.

Premierement, les triangles HBF, HAF, *ont le côté* FH *commun ; les baſes* BH, HA, *égales, & les angles d'entre deux égaux, puiſqu'ils ſont droits : donc* (*par la* 22 *du* 2) FA, FB, *ſont égales ; le cercle décrit du point* F, *& de l'inter-*

valle FA, *passe par le point* B, & *le segment* AGB *est décrit sur* AB.

2° *La ligne* AD *touche le cercle au point* A (*par la* 73 *du* 2.) & (*suivant la* 79 *du* 2,) *l'angle* G *est égal à l'angle* BAD, & *par conséquent à l'angle* C.

PROPOSITION XXXVII.

Décrire sur une ligne, un poligone régulier dont l'angle du centre est donné.

L'angle C, *est l'angle du centre d'un pentagone qu'on veut faire sur la ligne* AB.
(Fig. 34.)

Faites l'angle ABD, égal au donné C (*prop.* 9.)

Coupez cet angle en deux par la ligne BE (*proposition* 3.)

Elevez sur BE, la perpendiculaire BF (*prop.* 5.)

Faites l'angle A égal à l'angle B.

Du point F, décrivez le cercle ABG, il contiendra cinq fois la ligne AB.

Pour le prouver, je n'ai qu'à faire voir que l'angle du centre AFB *est égal au proposé* C.

Supposé l'angle G, *il est moitié de l'angle* F, (*par la* 75 *du* 2.) *L'angle* ABE *est aussi moitié de l'angle* ABD (*par la construction*): *ces angles* G, & ABE *sont égaux* (*par la* 79 *du* 2.) *Donc l'angle* F, *est égal à l'angle* ABD, & *par conséquent à l'angle* C, *auquel* ABD *est fait égal.*

PROPOSITION XXXVIII.

Couper d'un cercle un ſegment capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut couper du cercle E, *un ſegment capable d'un angle égal à l'angle* D. (Fig. 35.)

Tirez le rayon AB, & la perpendiculaire AF.

Faites l'angle FAC égal à l'angle D, & le ſegment AEC ſera le demandé.

Ayant pris un point à volonté dans l'arc AEC, *par exemple, le point* E, *ſi vous faites l'angle* AEC, *il ſera égal à l'angle* CAF, (*ſuivant la 79 du 2*) *& par conſéquent au donné* D.

PROPOSITION XXXIX.

Inſcrire dans un cercle, un triangle ſemblable à un autre.

Euclide, Livre IV, Propoſition 2.

On propoſe d'inſcrire dans le cercle P, *un triangle ſemblable au triangle* O. (Fig. 36.)

Par un point comme A, menez la touchante GH (*prop.* 34.)

Faites l'angle GAB égal à l'angle E, & l'angle HAC égal à l'angle D.

Tirez la droite BC, & le triangle ABC ſera ſemblable au triangle O.

L'angle C *eſt égal à l'angle* BAG, *ou* E*; l'angle* B *l'eſt à l'angle* CAH, *ou* D, (*par la* 79 *du* 2.) *Et l'angle* A *l'eſt à l'angle* F*;* (*par la* 31 *du* 2) *donc le triangle inſcrit eſt ſemblable au propoſé* O (*par la* 55 *du* 2.)

PROP.

PROPOSITION XL.

Inscrire un cercle dans un triangle.

Euclide, Livre IV, Proposition 4.

Le triangle ABC *est proposé.* (Fig. 37.)

Coupez les angles ABC, ACB, chacun en deux également, tirant les lignes BD, CD, (*prop.* 3.)

De la section D, abaissez la perpendiculaire DF (*prop.* 6.) elle sera le rayon du cercle. *Tirez* DG, *perpendiculaire sur* AB, & DE *perpendiculaire sur* AC.

Dans les triangles BDG, BDF, *les angles* G, F, *sont égaux, puisqu'ils sont droits : les angles* H, I *sont aussi égaux, l'angle* GBF *étant coupé en deux également : le côté* BD *est commun : donc (par la* 34 *du* 2.) *ces triangles sont égaux en toutes leurs parties*, & DG *est égal à* DF (*par la* 24 *du* 2.)

Par la même raison DE *est égal à* DF *: donc le cercle décrit du point* D & *de l'intervalle* DF, *passe par les points* G, E, & *touche les trois côtés du triangle sans les couper (par la* 72 *du* 2.)

PROPOSITION XLI.

Décrire un cercle autour d'un triangle.

Euclide, Livre IV, Proposition 5.

Le triangle D *est proposé.* (Fig. 38.)

Cherchez le centre des trois points A, B, C (*prop.* 33.)

PROPOSITION XLII.

Décrire autour d'un cercle, un triangle semblable à un triangle donné.

Euclide, Livre IV, Proposition 3.

On propose de faire autour du cercle FIH, *un triangle semblable au triangle* B. (Fig. 39.)

Continuez la base AC de part & d'autre.

Menez le rayon GF, & faites l'angle S égal à l'angle C.

Faites aussi l'angle G égal à l'angle A.

Menez par les points F, I, H, les tangentes LM, MN, LN, (*prop.* 34.) elles feront le triangle demandé.

Les angles du quadrilatere FSHN, *sont égaux à quatre droits*, (*par la* 35 *du* 2.) *les angles* SFN, SHN, *sont faits droits : donc les opposés* S, N, *pris ensemble, valent deux droits.*

Les angles P, C, *sont aussi égaux à deux droits* (*par la* 18 *du* 2.) *& l'angle* S *est fait égal à l'angle* C. *Donc l'angle* N *est égal à l'angle* P.

Par la même raison, l'angle L *est égal à l'angle* O, *& l'angle* M *l'est à l'angle* E, (*par la* 31 *du* 2.) *Donc* (*par la* 55 *du* 2) *le triangle* LMN *est semblable au triangle* B.

PROPOSITION XLIII.

Autour d'un cercle, circonscrire un quarré.

Euclide, Livre IV, Proposition 7.

Le cercle ABC *est proposé.* (Fig. 40.)

Tirez les diametres AB, CD, qui se coupent à angles droits.

Par les points A, B, C, D, menez HE, GF, EF, GH, paralleles aux diametres AB, CD, (*prop.* 8) & vous aurez le quarré demandé ayant ses côtés égaux, ses angles droits, & touchant de ses quatre côtés, le cercle donné sans le couper en aucun endroit.

Les côtés EH, GF, *sont égaux au diametre* AB: EF, GH, *le sont au diametre* CD, (*par la* 38 *du* 2.) *les diametres sont égaux: donc les quatre côtés du quarré sont égaux.*

Les angles au centre I *sont droits, & leurs opposés* E, F, G, H, *le sont aussi* (*par la* 38 *du* 2.)

L'angle HDI *est droit, comme son alterne* I: (*par la* 20 *du* 2.) *donc* EH *touche le cercle sans le couper.* (*suivant la* 72 *du* 2.) *La même démonstration se fera des autres côtés.*

PROPOSITION XLIV.

Autour d'un cercle, circonscrire un poligone régulier.

On propose de faire un pentagone régulier autour du cercle ABD. (Fig. 41.)

Décrivez dans le cercle un pentagone ACD, (*prop.* 18.)

Coupez AB en deux, tirant le rayon FP.

Menez AP perpendiculaire sur AF (*prop.* 5.)

Décrivez le cercle POS, & continuez PA jusqu'en G.

La droite PG sera un des côtés du pentagone demandé.

Les triangles NAF, NBF, *ont leurs côtés égaux, ainsi ils sont semblables,* (*par la* 23 *du* 2.)

& leurs angles L, M, *sont égaux (par la* 24 *du* 2.)

Dans les triangles AFP, AFG, *les angles au point* A *sont droits, le côté* AF *est commun, & les côtés* FP, FG, *sont coupés égaux : donc* AP, AG, *le sont aussi, (par la* 22 *du* 2.) *& l'angle* K *est égal à l'angle* M, *& par conséquent à l'angle* L.

Les trois angles au centre F, *étant égaux, l'angle* PFG, *composé de deux, est égal à l'angle* BFA, *aussi composé de deux : & l'arc* PG *est la cinquieme partie de son cercle, comme l'arc* AB *est la cinquieme partie du sien, (par la* 13 *du* 2.) *le reste est évident.*

PROPOSITION XLV.

Diviser une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra.

On veut diviser la ligne AB *en trois parties égales.* (Fig. 42.)

Du point A, décrivez l'arc BC, de telle grandeur qu'il vous plaira.

Du point B, décrivez aussi l'arc AD, & le coupez égal à l'arc BC.

Du point A, & de la premiere ouverture de compas, portez sur AC, trois parties égales A *e f g*.

De la même ouverture de compas & du point B, portez aussi sur BD les trois parties B *h j o*.

Menez les lignes B *g*, *f h*, *e j*, A *o*, elles diviseront la ligne AB comme il est demandé.

Nous avons fait les angles alternes CAB, DBA, *égaux, ainsi (par la* 21 *du* 2.) *les lignes* AC, BD *sont paralleles*, A *e*, *o j*, *sont donc égales &*

*paralleles : & Ao, ej, qui les conjoignent ſont auſſi paralleles (ſuivant la 36 du 2.) La même démonſtration ſe fera des lignes e j, f h, g*B.

Les lignes B g, M f, L e, *étant paralleles*, AB *eſt diviſée comme* A g, (*ſuivant la* 51 *du* 2.) *les parties de* A g, *ſont coupées égales.* Donc *les parties de* AB, *le ſont auſſi.*

PROPOSITION XLVI.

Autre maniere de diviſer une ligne.

On veut diviſer AB *en quatre parties égales.* (Fig. 43.)

Menez la ligne CD parallele à AB.

Du point C, & à la premiere ouverture de compas, portez ſur CD, quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Tirez AC, BD, & les continuez juſqu'à leur rencontre en E.

Menez du point E, des lignes par les diviſions 1, 2, 3, 4, elles diviſeront AB en quatre parties égales.

Les lignes CD, AB, *étant paralleles, les triangles* CDE, ABE, *ſont ſemblables* (*par la* 57 *du* 2.) *& ils ſont diviſés l'un comme l'autre par des triangles ſemblables* (*ſuivant la même* 57 ;) *les baſes des triangles ſur* CD, *ſont coupées égales : donc* (*ſuivant la* 70 *du* 2.) *les baſes des triangles ſur* AB *ſont auſſi égales : donc* AB *eſt diviſée comme* CD *en quatre parties égales.*

PROPOSITION XLVII.

Faire diverſes échelles ſemblables ſur des longueurs inégales.

On veut faire trois échelles, chacune de ſoixante parties égales, la premiere de la longueur D, *la deuxieme de la longueur* E, *& la troiſieme de la longueur* G. (Fig. 44.)

Tirez une ligne AO de telle longueur qu'il vous plaira.

Portez ſur cette ligne AO, & à la premiere ouverture de compas, dix petites parties égales AC.

Portez la diſtance AC, ſix fois ſur la même ligne AO, & ſur ces ſix parties AB, faites le triangle équilatéral ABF (*prop.* 12.)

Prolongez FA vers R, & FB, vers Y.

Menez du point F, des lignes par toutes les diviſions de AB.

Enfin, coupez FL, FI, égales à D; FM, FN, égales à E; FP, FS égales à G; & les lignes LI, MN, PS feront les échelles demandées.

Le triangle ABF *eſt fait équilatéral, & le triangle* LIF, *lui eſt ſemblable* (*par la* 58 *du* 2.) *Donc comme* AB *eſt égale à* AF, *auſſi* LI *eſt égal à* LF, *ou à* D, *& cette ligne* LI *eſt diviſée comme* AB, (*ſuivant la précédente;*) *ainſi des autres.*



PROPOSITION XLVIII.

Divifer une ligne en plufieurs parties qui foient entr'elles, comme les parties d'une autre ligne.

Euclide, Livre VI, Propofition 10.

On veut divifer AB *en quatre parties qui foient entr'elles comme les quatre parties de la ligne* CD. (Fig. 45.)

Menez comme vous voudrez la ligne AH, faifant un angle avec AB.

Coupez les parties AILMH, égales aux parties CEFGD.

Tirez BH, & fes paralleles MN, LO, IP; la ligne AB fera divifée comme AH, ou CD, fon égale. (*fuivant la* 51 *du* 2.)

PROPOSITION XLIX.

A deux lignes données, trouver une troifieme proportionnelle.

Euclide, Livre VI, Propofition 11.

On demande une ligne qui foit à la ligne B, *comme la ligne* B, *eft à la ligne* A. (Fig. 46.)

Faites comme il vous plaira, l'angle DNE.

Coupez NH égale à la ligne A, & NO égale à la ligne B, & tirez la ligne HO.

Coupez encore DH égale à NO, & menez DE parallele à HO.

La ligne EO fera la troifieme demandée.

Les lignes DE, HO *étant paralleles, il y a même raifon de* NH *à* DH, *ou de* A *à* B *leurs égaux*,

que de NO, *ou* B *son égale, à* OE. (*par la* 51 *du* 2.)

PROPOSITION L.

A trois lignes données, trouver une quatrieme proportionnelle.

Euclide, Livre VI. Propofition 12.

On propose les lignes A, B, C, *ausquelles il faut trouver une quatrieme proportionnelle.* (Fig. 47.)

Faites à volonté l'angle GDH.

Coupez DE égale à A, EG égale à B, & DF égale à C, & tirez la ligne EF.

Menez GH parallele à EF, & FH fera la démandée.

Il y a même raison de DE, *ou* A *son égale, à* EG, *ou* B *son égale, que de* DF, *ou son égale* C, *à* FH. (*suivant la* 51 *du* 2.)

PROPOSITION LI.

Trouver une moyenne proportionnelle.

Euclide, Livre IV, Propofition 13.

On veut avoir une moyenne proportionnelle entre les lignes A & B. (Fig. 48.)

Tirez une ligne droite CD.

Coupez CE, ED, égales aux données A & B.

Divifez CD en deux également en L.

De ce point L, décrivez le demi-cercle CDF.

La perpendiculaire EF fera la moyenne demandée.

Tirez CF, DF.

L'angle CFD *est droit* (*par la* 77 *du* 2;) & (*par la* 56 *du* 2) *les triangles* M, N, *sont équiangles: ainsi,*

ainsi, dans le premier triangle, le moyen côté CE *est au petit* EF, *comme dans le second triangle, le moyen côté* EF *est au petit* ED (*par la* 53 *du* 2;) *la ligne* EF *est donc moyenne proportionnelle entre les extrêmes* CE, ED, *ou leurs égales* A, B.

PROPOSITION LII.

Autre maniere de trouver une moyenne proportionnelle.

On demande une ligne moyenne entre les extrêmes AB, AC. (Fig. 49.)

Décrivez le demi-cercle AEB.

Elevez la perpendiculaire CE.

La ligne AE, ou son égale AD, sera moyenne proportionnelle entre les proposées AB, AC.

Le triangle ABE *est rectangle* (*par la* 77 *du* 2.) *Et le triangle* ACE, *lui est semblable* (*par la* 56 *du* 2.) AC *est donc à* AE, *dans le triangle* R, *comme* AE *à* AB *dans le triangle* AEB (*par la* 53 *du* 2;) *ainsi, comme* AC *est à* AE, AE, *ou son égale* AD, *est à* AB.

PROPOSITION LIII.

D'une ligne donnée, couper une partie qui soit moyenne proportionnelle entre le reste & une autre ligne.

On veut couper de la ligne AC, *une partie* CI, *qui soit moyenne entre le reste* AI, *& la ligne* CB. (Fig. 50.)

Décrivez sur la droite ACB le demi-cercle ADB.

Elevez la perpendiculaire CD.
Coupez BC en deux au point O.
De ce point O, décrivez l'arc DI.
La ligne CI fera moyenne proportionnelle entre AI & CB.

Coupez CF, CE, *égales à* CO, CB: CH *à* CI: *&* FG *à* FH *: puis faites les rectangles* ACLR, GCMS, *& le quarré* CP.

La ligne FH, *est égale à* OI, *&* OI *est coupée égale à* OD, *ainsi* FH *est aussi égale à* FD *: & le cercle décrit du centre* F, *& de l'intervalle* FH, *passe par le point* D.

La ligne CD *est moyenne proportionnelle entre* AC *&* CB, *de même qu'entre* GC *&* CH, (*par la* 51) *ainsi le quarré* CP *est égal au rectangle* CS *compris sous les extrêmes* GC, CH *: de même qu'au rectangle* CR *compris sous les extrêmes* AC, CB (*par la* 64 *du* 2 ;) *donc* (*par la* 3 *du* 2) *les rectangles* CS, CR *sont égaux ; &* AC *est à* CM, *ou son égale* CI, *comme* CG *est à* CL, *ou* CE, *son égale* (*par la* 63 *du* 2 :) *de plus* AI *est à* IC, *comme* GE *est à* EC, *ou son égale* CB (*par la* 12 *du* 2.) *Or* GE *est égale à* IC, *car* IC *l'est à* CH, *comme* CH *l'est à* EG *: donc comme* AI *est à* IC, IC *est à* CB.

PROPOSITION LIV.

Trouver deux lignes moyennes entre deux autres proposées, tellement que les quatre soient en proportion continue.

On veut trouver deux moyennes proportionnelles entre les lignes AC, AB. (Fig. 51.)

Faites le rectangle ABCD, & continuez CA

vers E, BA vers G, & BD vers F.

Tirez les diagonales AD, BC.

Du point O décrivez le demi-cercle EGF, de maniere qu'une ligne droite menée par les sections GF, touche l'angle C.

Les lignes AG, AE, feront les moyennes démandées.

Tirez les lignes OE, OF, EG, BE.

Les triangles rectangles ABD, ABC, *ont les côtés* AB, CD *égaux, & une même base* BD : *donc ils sont semblables (par la* 22 *du* 2 ;) *& l'angle* OBD *est égal à l'angle* ODB (*par la* 24 *du* 2.) *Donc (par la* 26 *du* 2) *le triangle* BDO, *est isoscele & ses côtés* BO, DO *sont égaux.*

Par la même raison les triangles ABC, ABD *sont encore semblables ; leurs angles* ABC, BAD *sont égaux, le triangle* ABO *est isoscele ; &* BO *est égale à* AO, *de même qu'à* DO.

Les lignes AO, DO *sont donc égales :* OE, OF, *le sont donc aussi, étant des rayons du cercle* EGF : *& la diagonale* AD *tombant sur les paralleles* EC, BF, *fait les angles alternes* EAO, ODF *égaux (par la* 20 *du* 2.) *Donc (par la* 22 *du* 2) *les triangles* OAE, ODF *sont égaux & semblables, & leurs angles au point* O *étant égaux (par la* 19 *du* 2) OE, OF *ne sont qu'une ligne droite qui est le diametre du demi-cercle* EGF.

L'angle EGF *est droit (par la* 77 *du* 2,) *& si vous décrivez un demi-cercle sur* CE, *il passera par le point* G ; *donc les triangles* ACG, AGE *sont équiangles (suivant la* 54 *du* 2) *& (par la* 51) *la perpendiculaire* AG *est moyenne proportionnelle entre les lignes* AC, AE.

Les lignes DC, DF, *qui sont paralleles aux lignes* AG, AC, *font les angles* DCF, DFC *égaux aux angles* AGC, ACG (*par la* 15 *du* 2;) *ainsi le triangle* DCF *est semblable au triangle* ACG (*par la* 31 *du* 2.)

Les triangles OAE, ODF *sont prouvés égaux & semblables : donc* AE *&* DF *sont égales ;* AB, DC, *le sont aussi*, (*par la* 38 *du* 2;) *& les angles* EAB, CDF, *étant droits, le triangle* EAB *est semblable au triangle* CDF (*par la* 22 *du* 2,) *& par conséquent aux triangles* GAC, EAG; *ceux-ci ayant été prouvés semblables au triangle* CDF.

L'angle BEG *est donc droit, car il est composé des angles* BEA, AEG, *égaux aux angles* EGA, AGC, *qui font l'angle droit* EGC. *Donc la ligne* AE *est moyenne entre* AB & AG, *de même que* AG *l'est entre* AE *&* AC, (*par la* 51.) *Donc comme* AB *est à* AE, AE *est à* AG; *&* AG, *à* AC.

PROPOSITION LV.

Décrire une ovale sur une longueur donnée.

La ligne AB (Fig. 52.) *est la longueur d'une ovale à faire.*

Divisez AB en trois parties égales AGDB.

Des points G, D, décrivez les cercles AOD, GHB.

Menez les droites FGO, EDH.

Du point E, décrivez l'arc HI, & l'arc OS du point F.

PROPOSITION LVI.

Décrire une ovale ſur une longueur & une largeur donnée.

On veut faire une ovale qui ait pour diametres les lignes AB, CD, *qui ſe coupent également l'une l'autre & à angles égaux.* (Fig. 53.)

Ayez une regle MO égale au grand rayon AE, ſur laquelle vous marquerez la longueur MN, égale au petit rayon CE.

Conduiſez cette regle ſur les diametres AB, CD, tellement que le point N coulant ſur AB, l'extrémité M, décrira l'ovale demandée.

PROPOSITION LVII.

Trouver le grand & le petit diametre d'une ovale.

L'ovale ABCD *eſt propoſée.* (Fig. 54.)

Menez comme il vous plaira les deux paralleles NA, IH.

Coupez ces paralleles chacune en deux, & par leurs coupes L, M, tirez la droite PO.

Diviſez auſſi la droite PO, en deux au point E.

Du point E, décrivez à volonté, le cercle SGF, coupant la circonférence de l'ovale en quatre points.

Menez FG, & ſa parallele TEC, qui ſera le petit diametre, puis tirez le grand diametre BED, coupant le petit par des angles droits.

PROPOSITION LVIII.

Divifer la circonférence d'un cercle en 360 degrés.

Le cercle A *eſt propoſé.* (Fig. 55.)

Menez les diametres AB, CD fe coupant à angles droits en E, & la circonférence fe trouvera divifée en quatre parties égales, valant chacune 90 degrés.

Des points A & C, décrivez les arcs EG, EF, qui diviferont le quart de cercle AC, en trois parties chacune de 30 degrés.

Le quart de cercle AC *étant de* 90 *degrés*, *& les arcs* AG, CF, *chacun de* 60 (*ſuivant la* 74 *du* 2 :) *il s'enſuit que les ſupplémens* CG, AF, *ſont chacun de* 30 : *or deux fois* 30 *étant ſouſtraits de* 90, *reſte auſſi* 30 *pour l'arc* GF.

Divifez ces trois arcs égaux CGFA, chacun en trois, puis chaque partie en dix, & ainfi des trois autres quarts de circonférence.



PROPOSITION LIX.

Divifer le contour d'un plan en plufieurs parties égales.

On propofe de divifer le contour du plan H, *en huit parties égales.* (Fig. 56.)

Prolongez la bafe AB de part & d'autre.

Prolongez auffi AF vers N, BC vers L, & CD vers M.

Coupez FN égale à FE, & AG égale à AN.

Coupez de même DM, égale à DE; CL égale à CM; BI égale à BL; & la ligne GI fera égale au contour du plan.

Divifez GI en huit parties égales, 1, 2, 3, &c.

Du point A, décrivez les arcs 2, 2; 1, 1; paralleles à l'arc GN, & du point B, les arcs 6, 6; 7, 7; &c. paralleles à l'arc IL, ainfi du refte.

Les points 1, 2, 3, &c. qui fe trouveront dans les côtés du plan, feront la divifion demandée.



PROPOSITION LX.

Trouver une ligne droite égale à une courbe.

On veut avoir une ligne droite égale à la courbe AB. (Fig. 57.)

Tirez la ligne droite indéterminée DE.

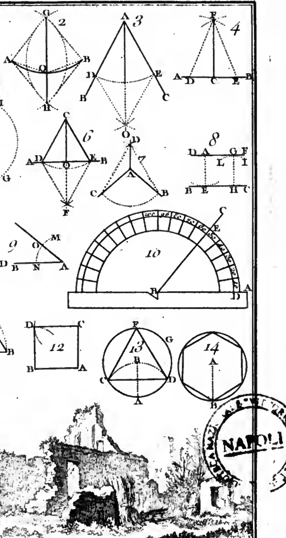
Prenez de la propoſée AB, une partie AC, ſi petite que la courbure de la ligne ſoit imperceptible.

Portez cette petite partie ſur AB, autant de fois qu'elle y pourra être compriſe, par exemple, 20 fois.

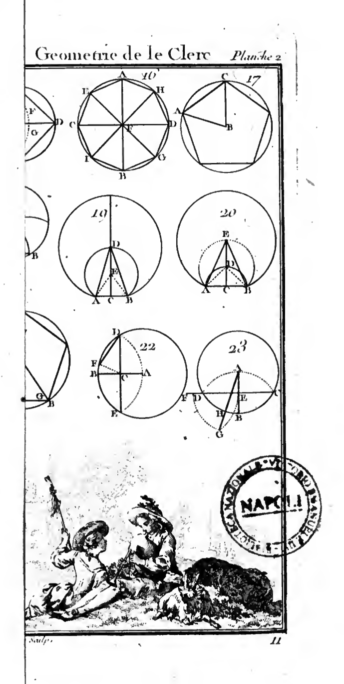
Portez autant de ces petites parties ſur DE, leſquelles ſe terminant en E, vous aurez la droite DE aſſez préciſément égale à la courbe AB.



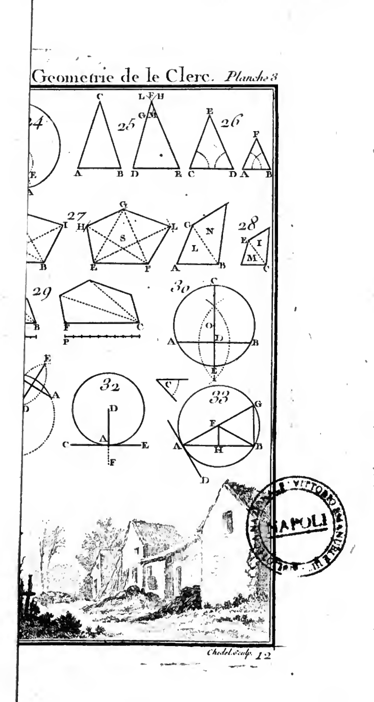
Geometrie de le Clerc *Planche Ire.*

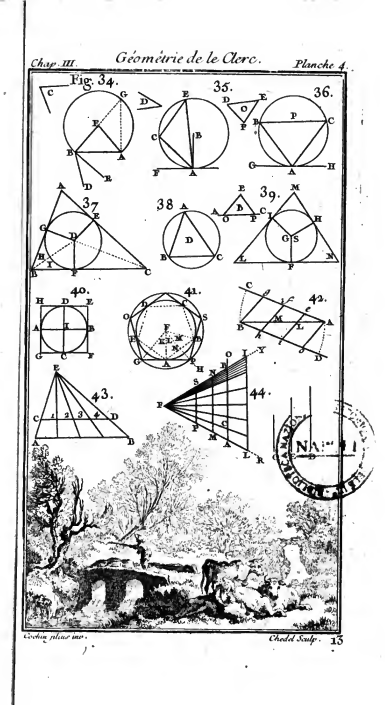


Chedel Sculp. 10

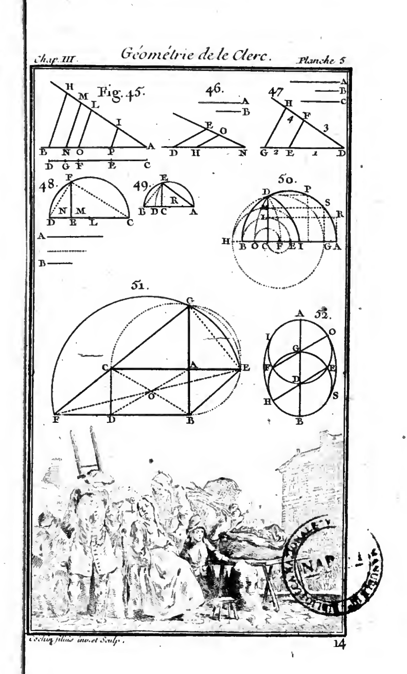


16
A
E
H
C
F
D
I
G
B
17
C
A
B
19
D
E
A
C
B
20
E
D
A
C
B
22
D
F
B
C
A
E
23
A
F
D
E
H
B
G
G
B
Sculp.

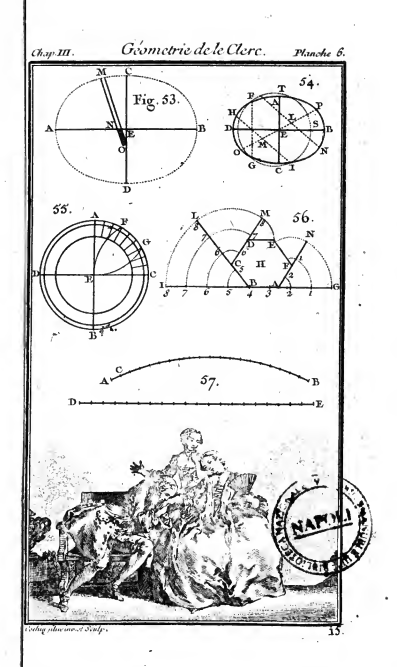

Geometrie de le Clerc. Planche 3
Chedel sculp. 12

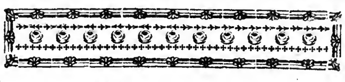


Cochin plus inv. *Chedel Sculp.* 13



Cochin filius inv. et Sculp.


Chap. III.
Géometrie de le Clerc.
Planche 6.
Fig. 53.
54.
55.
56.
57.
Cochin filius inv. et Sculp.
15.
NAPOLI



CHAPITRE IV.

De la réduction ou transformation des plans.

PROPOSITION I.

D'un triangle ſcalene ABC, *faire un triangle iſoſcele, ou ce qui eſt même choſe, décrire un triangle iſoſcele égal au ſcalene propoſé.* (Fig. 1.)

Coupez la baſe AB en deux également en D. Elevez la perpendiculaire DE.

Menez CE parallele à la baſe AB.

Tirez EA, EB, vous aurez le Triangle iſoſcele ABE pour le propoſé ABC; *ſuivant la* 42 *du* 2.)

PROPOSITION II.

Réduire en triangle le parallélogramme BD. (Fig. 2.)

Continuez AB, & coupez AE égale à AB.

Menez CE, & le parallélogramme ſera réduit en triangle, ou pour mieux dire, le triangle BCE ſera fait égal au parallélogramme BD.

Le parallélogramme BD *eſt coupé en deux triangles égaux par la diagonale* AC (*ſuivant la* 37 *du* 2) *le triangle* AEC *eſt égal au triangle* ABC

(par la 43 du 2 :) donc il est aussi égal au triangle ACD; *& ôtant le commun* CDF, *reste le triangle* AEF *égal au retranché* CDF; *donc le triangle* BCE *est égal au parallélogramme* BD.

PROPOSITION III.

Réduire le triangle ABC *en parallélogramme.* (Fig. 3.)

Coupez la base AB en deux également en D.

Menez CD, & sa parallele BE.

Tirez encore CE parallele à AB.

Le parallélogramme DE, sera égal au triangle ABC.

Le triangle G *est égal au triangle* F *(par la 43 du 2 :) il est aussi égal au triangle* H *(par la 37 du 2.) Donc les triangles* F, H, *sont égaux (par la 3 du 2,) & mettant le triangle* H *pour son égal* F, *le parallélogramme* DE *est égal au triangle* ABC.

PROPOSITION IV.

Faire un parallélogramme du triangle ABC, *sans changer l'angle* A. (Fig. 4.)

Coupez AC en deux également en M.

Tirez MO parallele à AB & BO parallele à AC.

Le parallélogramme AO fera égal au triangle ABC.

Les lignes AM, MC, *sont coupées égales :* BO *est égal à* AM *(par la 38 du 2 :) donc* BO, MC, *sont aussi égales, & étant paralleles, le triangle* D *est égal au triangle* E *(par la 59 du 2.) Donc le parallélogramme* AO *est égal au triangle* ABC.

PROPOSITION V.

Faire un rectangle du parallélogramme STRO. (Fig. 5.)

Elevez TV perpendiculaire ſur TR.

Coupez VI égale à TR, & le rectangle IVTR ſera égal au parallélogramme OSTR, (*par la* 40 *du* 2.)

PROPOSITION. VI.

Décrire un rectangle égal au triangle ABC. (Fig. 6.)

Abaiſſez la perpendiculaire CF, & la coupez en deux au point N.

Menez par le point N, la ligne GI parallele à AB.

Coupez NG égale à FA, & NI égale à FB.

Menez BI, AG, & ABIG ſera le rectangle demandé égal au triangle donné.

La ligne NG *eſt coupée égale à ſa parallele* FA : & (*par la* 36 *du* 2) AG *eſt égale & parallele à* NF, *comme auſſi à ſon égale* NC. *Donc* (*par la* 59 *du* 2) *le triangle* AGO, *eſt égal au triangle* CNO. *Par la même raiſon, le triangle* BIP *eſt égal au triangle* CPN.

Les lignes IG, AB *étant égales & paralleles*, BI, AG, *ſont auſſi paralleles* (*par la* 36 *du* 2;) & *le parallélogramme* ABIG *eſt rectangle ; car les angles au point* F *étant droits, leurs oppoſés* I, G *ſont droits*, & *les oppoſés à ceux-ci*, GAB, ABI *le ſont auſſi* (*par la* 38 *du* 2.)

PROPOSITION VII.

Réduire en triangle le quadrilatere ABDC. (Fig. 7.)

Prolongez la base BA vers E.

Menez AD, sa parallele CE & la ligne DE.

Le quadrilatere sera réduit en triangle BDE.

Les triangles ADC, ADE *ont une même base* AD, *& sont entre les mêmes paralleles* AD, CE : *donc ils sont égaux* (*par la* 42 *du* 2 ;) *& leur ajoutant le triangle commun* ABD, *le triangle* BDE *est égal au quadrilatere* ABDC (*suivant la* 44 *du* 2.)

PROPOSITION VIII.

Donner au triangle ABC, *la hauteur* BD. (Fig. 8.)

Menez DE parallele à la base BC.

Continuez un des côtés comme AB, jusqu'en F.

Tirez CF, sa parallele AG, & la ligne FG.

Si vous mettez le triangle AGF, pour AGC, qui lui est égal (*par la* 42 *du* 2,) le triangle BGF, sera égal au donné ABC, & de la hauteur proposée BD.

PROPOSITION IX.

Abaisser le triangle ABC *à la hauteur* AD. (Fig. 9.)

Menez DE parallele à AB.

De l'une des sections comme G, tirez BG.

Continuez la base AB vers H.

Menez CH parallele à BG.

Tirez GH, & mettez le triangle AGH pour ſon égal ABC.

PROPOSITION X.

Hauſſer le triangle IKL, *juſqu'au point* M. (Fig. 10.)

Menez les lignes LM, MK, MI.
Tirez LP parallele à KM, puis menez PM.
Conduiſez auſſi LN parallele à MI, & menez MN.
Si vous donnez le triangle PLM, pour ſon égal PLK, & NLM pour ſon égal NLI, le triangle MNP ſera égal au propoſé IKL.

PROPOSITION XI.

ABC *eſt un autre triangle qu'on veut abaiſſer au point* D. (Fig. 11.)

Menez DA, DB, DC, & continuez la baſe AB de part & d'autre.
Menez CH parallele à DB, & CG parallele à DA.
Tirez DH, DG & le triangle BDH étant mis pour ſon égal BDC, & ADG pour ſon égal ADC, le triangle DGH ſera égal au propoſé ABC.

PROPOSITION XII.

Réduire le quadrilatere ABCD *en parallélogramme rectangle.* (Fig. 12.)

Tirez AC, & ſes paralleles BE, DF.
Coupez AC en deux également en G, par la perpendiculaire HI (*prop.* 1 *du* 3.)

Menez par le point C, EF parallele à IH, & le rectângle EFIH, sera égal au quadrilatere proposé.

Le rectangle GE, *est égal au triangle* ACB, *& le rectangle* GF, *l'est au triangle* ACD (*par la* 3.)

PROPOSITION XIII.

Réduire le trapeze ABCD *à un triangle qui ait son angle supérieur en* E. (Fig. 13.)

Continuez la base AB de part & d'autre.

Menez DG parallele à EB, & CF parallele à AE.

Tirez EF, EG, & les triangles AEF, BEG étant mis pour leurs égaux AEC, BED, le triangle EFG sera égal au trapeze proposé.

PROPOSITION XIV.

Faire du pentagone ABCDE *un quadrilatere* CDEF. (Fig. 14.)

Menez AC, sa parallele BF, & la ligne CF.

Mettez le triangle ACF pour son égal ACB, & le quadrilatere D E F C sera égal au pentagone ABCDE.

PROPOSITION XV.

Réduire en triangle le pentagone APONR. (Fig. 15.)

Prolongez la base ON, de part & d'autre.

Tirez AO, sa parallele PV, & la ligne AV.

Tirez aussi AN, sa parallele RS, & la ligne AS.

Mettez AOV pour ſon égal AOP, & ANS pour ſon égal ANR : le triangle AVS ſera égal au pentagone

PROPOSITION XVI.

Réduire en triangle le quadrilatere ABCD *qui a un angle rentrant* BAD. (Fig. 16.)

Menez BD, ſa parallele AE, & la ligne DE.

Donnez le triangle AED pour ſon égal AEB; & vous aurez le triangle CDE pour le quadrilatere propoſé.

PROPOSITION XVII.

Décrire un triangle égal au pentagone régulier ABD.(Fig. 17.)

Portez ſur la baſe prolongée NM, cinq fois la longueur de la baſe AB, c'eſt-à-dire, coupez NM égale aux cinq côtés du pentagone.

Du centre R, menez RN, RM, & le triangle MRN ſera égal au pentagone.

Le triangle ABR *eſt la cinquieme partie du pentagone, comme il eſt la cinquieme partie du triangle* NMR (*par la* 43 *du* 2.) *Donc* (*ſuivant la* 6 *du* 2) *le triangle* NMR *eſt égal au pentagone.*

PROPOSITION XVIII.

Réduire le pentagone AD, *en triangle ſur le côté* AB. (Fig. 18.)

Continuez la baſe AE vers G.

Menez CE, ſa parallele DF, & la ligne CF.

Mettez le triangle CEF pour son égal CDE, & le quadrilatere ABCF sera égal au pentagone.

Tirez BF, sa parallele CG, & la ligne BG.

Mettez le triangle BFG, pour son égal BFC, & le triangle A B G sera égal au quadrilatere ABCF.

PROPOSITION XIX.

Réduire l'exagone ABE *en triangle* AFL. (Fig. 19.)

Prolongez CD vers H, BC vers I, & AB vers L.

Menez DF, sa parallele EH; CF, sa parallele HI; BF, sa parallele IL; & la ligne FL, qui fera le triangle ALF égal à l'éxagone proposé.

Supposé les lignes FH, FI; *les triangles* FDH, FDE, *sont égaux; & le pentagone* ABCDF *leur étant commun, le pentagone* FHCBA, *est égal à l'éxagone* ABCDEF.

De même les triangles FCI, FCH, *sont égaux; & le quadrilatere* ABCF, *leur étant commun, le quadrilatere* ABIF, *est égal au pentagone* ABCHF.

Enfin, les triangles FBL, FBI, *sont égaux;* ABF *leur est commun: donc le triangle* AFL *est égal au quadrilatere* EABI, *& par conséquent à l'exagone proposé* ABE.



PROP.

PROPOSITION XX.

Du pentagone ABCDE, *faire un triangle qui ait son angle supérieur en* O, *& sa base dans la ligne* SV. (Fig. 20.)

Tirez AC, sa parallele BF, & la ligne CF.

Tirez de même AD, sa parallele EH, & la ligne DH.

Mettez le triangle ADH pour son égal ADE, & ACF, pour son égal ACB ; le trapeze CDFH sera égal au pentagone.

Réduisez ce trapeze en triangle OGI (*par la* 13.)

PROPOSITION XXI.

Du pentagone ABLD, *faire un triangle de la hauteur* IL. (Fig. 21.)

Réduisez le pentagone en triangle AEF, (*par la* 15.)

Abaissez ce triangle AEF à la hauteur IGH (*par la* 11.)

PROPOSITION XXII.

Décrire sur la ligne BD, *& sur l'angle* ABD, *un triangle égal au triangle* ABC. (Fig. 22.)

Menez CD, sa parallele BE, la ligne DE, & mettez le triangle BED pour son égal BEC.

Tirez AD, sa parallele EF, la ligne DF ; & ayant mis le triangle EFD, pour son égal EFA ; le triangle BDF sera égal au proposé ABC.

PROPOSITION XXIII.

Décrire sur la ligne AF, *un triangle égal au pentagone* ABD. (Fig. 23.)

Réduisez le pentagone en triangle ABG, (*par la* 18.)
Faites le triangle AHF égal au triangle ABG. (*par la* 8.)

PROPOSITION XXIV.

Réduire en triangle le plan ABCDE *qui a un angle rentrant.* (Fig. 24.)

Continuez CD vers F, & ED vers G.
Menez AC, sa parallele BF, la ligne AF, & le triangle ACF sera égal au triangle ACB.
Menez AD, sa parallele FG, la ligne AG; puis mettant le triangle ADG pour son égal ADF, le triangle AEG sera égal au plan proposé.

PROPOSITION XXV.

Réduire en triangle le plan ABCDEF. (Fig. 25.)

Menez BD, sa parallele CG, la ligne DG.
Mettez le triangle BDG pour son égal BDC.
Menez EG, sa parallele DH, & la ligne EH.
Mettez le triangle EGH pour son égal EGD.
Menez enfin FH, sa parallele EI, & la ligne FI; puis mettez le triangle EIF pour son égal EIH, & le plan proposé sera réduit en triangle AIF.

PROPOSITION XXVI.

Allonger le parallélogramme MC, *sur la longueur* MA. (Fig. 26.)

Menez AD parallele au côté CB.
Prolongez GC jusqu'en D, & tirez DM.
Menez par le point H, EF, parallele à MA.
Le parallélogramme ME sera égal au proposé MC.
Le supplément ajouté O, *est égal au parallélogramme* P (*par la* 65 *du* 2.)

PROPOSITION XXVII.

Réduire le parallélogramme CNOP *à la largeur* CR. (Fig. 27.)

Menez RVS parallele à CN.
Continuez PO vers K, & CN vers T.
Tirez par le point V, la diagonale CK.
Menez KT parallele à ON, & vous aurez le parallélogramme CRST, pour le proposé NP.
Le supplément ajouté TV, *est égal au retranché* VP. (*par la* 65 *du* 2.)

PROPOSITION XXVIII.

Décrire un quarré égal au rectangle BG. (Fig. 28.)

Continuez GD vers H, & DB vers E.
Coupez DH, égale à DB.
Coupez GH, en deux également en O.
Du point O, décrivez le demi-cercle HEG, &

le quarré DC que vous ferez sur DE, sera égal au rectangle BG.

DE *est moyenne proportionnelle entre* DG *&* DH *ou* DB *son égale (par la* 51 *du* 3.) *Donc (suivant la* 64 *du* 2,) *le quarré* CD *est égal au rectangle proposé.*

Pour faire un quarré égal au parallélogramme IKLM (*Fig.* 29.) *qui n'est pas rectangle, la moyenne proportionnelle* KN, *doit être prise entre* KI *&* KP, *égale à la perpendiculaire* KO, *de même que si le parallélogramme proposé étoit rectangle. (Voyez la* 40 *du* 2.)

PROPOSITION XXIX.

Réduire le plan ABCDE, *entre les deux paralleles* BI, AD. (Fig. 30.)

Prolongez CD vers G, & AD vers H.

Menez EG parallele à AD, GH parallele à AC, & HI parallele à CD.

Tirez DI & le triangle CDI sera égal au triangle retranché ADE.

Les triangles ACH, ACG, *sont égaux (par la* 42 *du* 2.) *& ôtant le commun* ACD, *les triangles* CDH, ADG, *restent égaux;* CDI *est égal à* CDH, *&* ADE *l'est à* ADG. (*par la même* 42.) *Donc* CDI *est égal à* ADE.



PROPOSITION XXX.

Réduire en parallélogramme le quadrilatere DOPR *qui a déja les côtés* DR, PO *paralleles.* (Fig. 31.)

Coupez OD en deux également en S.

Menez TSV parallele à PR, & continuez PO jusqu'en T.

Mettez le triangle OTS pour SVD qui lui est égal (*suivant la* 59 *du* 2.) & vous aurez le parallélogramme RT pour le quadrilatere proposé.

PROPOSITION XXXI.

Décrire un triangle équilatéral, égal au scalene ABC. (Fig. 32.)

Faites sous la base AB, le triangle équilatéral ABD. (*prop.* 12 *du* 3.)

Prolongez le côté DB vers E.

Menez CE parallele à AB, & supposé la ligne AE, le triangle ABE sera égal au triangle ABC (*suivant la* 42 *du* 2.)

Décrivez sur DE, le demi-cercle DFE.

Elevez BF, moyenne proportionnelle entre les extrêmes BE, BD, (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc FGH, & du point G, l'arc BH.

Menez les droites GH, BH: je dis que le triangle équilatéral BGH est égal au scalene ABC.

Les lignes BE, BF, BD, *sont proportionnelles, les triangles* BEA, BDA, *faits sur les extrêmes* BE, BD, *sont de même hauteur* AI; BG *est égale à la*

moyenne BF, *& le triangle* BGH *est fait semblable à* ABD : *donc* (*par la* 67 *du* 2) *il est égal au triangle* BEA, *& par conséquent au proposé* ABC.

PROPOSITION XXXII.

Du triangle ABC, *faire un triangle semblable au proposé* O. (Fig. 33.)

Faites le triangle ACF semblable au triangle O. (*prop.* 27 *du* 3.

Menez BG parallele à AC.

Prenez CH moyenne proportionnelle entre CF, & CG, (*prop.* 52. *du* 3.)

Menez HD parallele à AF, & le triangle CDH sera semblable au triangle O, & égal au triangle ABC.

Les lignes CF, CH, CG *sont proportionnelles* (*par la construction.*) *Les triangles* ACF, ACG, *sont de même hauteur* CA, *& ont pour bases les extrêmes* CF, CG : *le triangle* CDH *fait sur la moyenne* CH, *est semblable à* ACF *ou* O (*par la* 57 *du* 2 ;) *&* (*par la* 67 *du* 2) *il est égal à* ACG, *& par conséquent au proposé* ABC.

PROPOSITION XXXIII.

Tirer une ligne parallele à DE *qui fasse avec l'angle* A, *un triangle égal au triangle* ABC. (Fig. 34.)

Menez CF parallele à DE, & prolongez AB vers F, s'il est nécessaire.

Coupez AH moyenne proportionnelle entre les

extrêmes AB, AF, (*par la* 51 *du* 3.)

Menez HI parallele à DE ou CF, & le triangle AIH fera égal au triangle ABC.

Les triangles AFC, ABC, *faits fur les extrêmes* AF, AB, *font de même hauteur* C ; *le triangle* AHI, *décrit fur la moyenne* AH, *eft femblable au triangle* AFC (*par la* 57 *du* 2.) *Donc* (*par la* 67 *du* 2.) *il eft égal au triangle* ABC.

PROPOSITION XXXIV.

On demande que le côté AB *du pentagone* ABD *foit parallele à* CE. (Fig. 35.)

Prolongez les côtés EA, CB, en F.

Coupez FR moyenne proportionnelle entre GF, & FB (*prop.* 52 *du* 3.)

Tirez le côté demandé RL, parallele à AG.

Les triangles ABF, FLR *font égaux* (*par la précédente*,) *&* *ôtant le quadrilatere commun* AORF, *le triangle ajouté* OBR, *refte égal au retranché* OLA.

PROPOSITION XXXV.

Le parallélogramme ABEG *étant propofé, diriger fon côté* AB *vers le point* D. (Fig. 36.)

Coupez AB en deux également en O.

Tirez du point propofé D, la ligne DOS, & vous aurez le requis, le triangle ajouté OBD étant égal au retranché OAS (*par la* 59 *du* 2.)

PROPOSITION XXXVI.

Diriger le côté AB *du triangle* ABC, *vers le point* D. (Fig. 37.)

Prolongez BC de part & d'autre.

Menez DEF perpendiculaire ſur BC.

Coupez EF égale à DE.

Tirez FG parallele à BC.

Faites ſur CG, le triangle CGK égal au triangle ABC. (*prop.* 9.)

Menez DH parallele à AC.

Coupez CL égale à CK.

Retranchez de la ligne CH, la partie CM, moyenne proportionnelle entre le reſte MH, & CL. (*par la* 52 *du* 3.)

Menez la ligne demandée DMI, & vous aurez le triangle CMI pour le propoſé ABC.

Les lignes HM, MC, CL *ou* CK *ſon égale, ſont coupées proportionnelles : les triangles* DHM, CGK, *faits ſur les extrêmes* HM, CK, *ſont de même hauteur ; car les perpendiculaires* DE, EF *ont été coupées égales : & puiſque* DM *eſt menée parallele à* CI, *le triangle* CIM, *décrit ſur la moyenne* CM, *eſt ſemblable à* DHM (*par la* 59 *du* 2.) *Donc* (*par la* 67 *du* 2) CIM *eſt égal à* CGK, *& par conſéquent au propoſé* ABC, *auquel* CGK *a été fait égal.*



PROP.

PROPOSITION XXXVII.

Diriger vers le point D, *le côté* AB *du plan* ABG. (Fig. 38.)

Prolongez les côtés EB, GA, jusqu'à leur rencontre en C.

Du triangle ABC, dirigez le côté AB vers D (*par la précédente.*)

PROPOSITION XXXVIII.

Décrire un exagone régulier égal au triangle ABC. (Fig. 39.)

Décrivez de telle grandeur qu'il vous plaira, l'exagone régulier D.

Faites sur AB le triangle ABE semblable au triangle D, de maniere que l'angle AEB, soit celui du centre.

Prolongez BE de part & d'autre.

Menez CF parallele à AB, & tirez AF. Le triangle ABF sera égal au triangle donné ABC (*par la* 42 *du* 2.)

Divisez BF en six parties égales, c'est-à-dire, en autant de parties que la figure doit avoir de côtés.

Coupez BG égale à la sixieme BH.

Cherchez BM moyenne proportionnelle entre BE & BG (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc MN, & du point N, le cercle BOR; l'exagone décrit dans ce cercle sera égal au triangle proposé.

Les lignes BE, BM, BG *sont proportionnelles: les triangles* BEA, BGA *faits sur les extrêmes* BE, BG, *sont de même hauteur* AN; *le triangle* BON

fait sur BN, *égal à la moyenne* BM, *est semblable au triangle* BAE : *donc il est égal au triangle* BAG : *le triangle* BAG *vaut une sixieme partie du triangle* ABF ; & *le triangle* BON *est une sixieme partie de l'exagone* BOR ; *donc l'exagone* BOR *est égal au triangle* ABF, & *par conséquent au triangle proposé* ABC.

PROPOSITION XXXIX.

Décrire un pentagone régulier, égal à l'irrégulier ABD. (Fig. 46.)

Réduisez le pentagone irrégulier en triangle BCF, (*prop.* 18 *ou* 19.)

Faites comme il vous plaira le pentagone régulier G.

Faites le triangle BFH équiangle au triangle G, (*prop.* 27 *du* 3.) ensorte que l'angle H soit l'angle du centre, comme est l'angle G.

Prolongez HB vers I, & menez CK parallele à BF. La ligne FK étant tirée, BFK sera égal au triangle BFC (*par la* 42 *du* 2.)

Divisez BK en cinq parties égales, c'est-à-dire, en autant de parties qu'un pentagone a de côtés.

Tirez BM, moyenne proportionnelle, entre BH & la cinquieme partie BL (*prop.* 51 *du* 3.)

Menez BP, parallele à FH, l'angle OBP sera égal à l'angle du centre H ou G son égal (*par la* 1 *au* 2.)

Du point B & de l'intervalle BM, décrivez le cercle MOP, & dans ce cercle faites le pentagone demandé OPN, dont OP sera un des côtés.

Le rayon BO *est coupé égal à la moyenne* BM ; *ainsi* HB, BO, BL, *sont proportionnelles.*

Les triangles HBF, BLF, *décrits sur les extrêmes* HB, BL, *sont de même hauteur* RF; *le triangle* BOP *décrit sur la moyenne* BO, *est semblable à* HBF. (*par la* 58 *du* 2.) *Donc il est égal à* BLF (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle BLF *est la cinquieme partie du triangle* BKF, *ou du pentagone* ABD *son égal : donc* BOP, *qui est égal à* BLF, *est la cinquieme partie du pentagone irrégulier* ABCD, *de même qu'il est la cinquieme partie du pentagone régulier* OPN. *Donc* (*par la* 6 *du* 1) *le pentagone régulier est égal à l'irrégulier.*

PROPOSITION XL.

Le triangle ABC *est donné pour en faire un poligone semblable au poligone* DG. (Fig. 41.)

Faites le triangle ABL semblable au triangle FGH (*par la* 27 *du* 3.)

Menez CK parallele à AB.

Réduisez le plan GD, en triangle GHI (*par la* 18 *ou* 19.)

Coupez la ligne BK en M, comme GI l'est en F. (*par la* 48 *du* 3.)

Coupez BO moyenne proportionnelle entre BL & BM (*par la* 52 *du* 3.)

Tirez OP parallele à AL, le triangle OBP sera semblable au triangle ABL, (*par la* 57 *du* 2,) & par conséquent au triangle GHF.

Faites sur OP le quadrilatere OPQR, semblable au quadrilatere HFED. (*par la* 29 *du* 3.) Il est évident que le plan BR sera semblable au proposé GD (*par la* 68 *du* 2;) mais qu'il soit égal au triangle ABC, c'est ce qu'il faut démontrer.

La ligne BO *est coupée moyenne proportionnelle*

entre les extrêmes BL, BM, *les triangles* ABM, ABL, *faits sur les extrêmes* BL, BM, *sont de même hauteur* BA ; *le triangle* BOP *fait sur la moyenne* BO, *est semblable au triangle* ABL. *Donc il est égal au triangle* ABM (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle ABK (*suivant la* 47 *du* 2,) *est au triangle* ABM *ou son égal* BOP, *comme le triangle* GHI *est au triangle* FGH, *puisque* BK *a été coupée en* M, *comme* GI *l'est en* F.

Le triangle GHF *est au plan* GD, *comme le triangle* BOP *au plan* BR (*suivant la* 70 *du* 2 :) *car les plans* GD, BR *sont semblables : le triangle* GHI *a été fait égal au plan* GD ; *donc le triangle* ABK *ou* ABC *son égal, est égal au plan* BPQRO.

PROPOSITION XLI.

Décrire une figure semblable à la figure HK, *qui contienne autant d'aire que la figure* CE. (Fig. 42.)

Réduisez la figure CE, en triangle DLM (*par la* 15.)

Réduisez aussi la figure HK, en triangle IOS.

Du triangle DLM, faites le triangle NLP de la hauteur du triangle IOS, (*par la* 8.)

Prolongez OS vers Q, & coupez SQ, égal à PL, base du triangle NPL.

Tirez SR moyenne proportionnelle entre les bases QS, SO (*par la* 51 *du* 3.)

Menez OR, & ses paralleles FT, GV. La base SR sera divisée en T, V ; comme SO l'est en F, G (*par la* 51 *du* 2.)

Faites le triangle SRY semblable au triangle OSI,

& la figure demandée ZX, sera semblable à la figure HK (*par la 29 du 3.*

Les lignes OS, SR, SQ, *sont proportionnelles; ainsi le triangle* SRY, *qui est fait semblable à* IOS, *est égal à* ISQ (*par la 67 du 2.*)

Le triangle SRY *& le pentagone* XZ, *pris ensemble, sont faits semblables au triangle* IOS *& au pentagone* HK, *aussi pris ensemble, comme ne faisant qu'une même figure; &* (*par la 70 du 2*) *le pentagone* XZ *est au triangle* SRY, *comme le pentagone* HK *est au triangle* OSI: *le pentagone* HK *est égal au triangle* IOS; *donc le pentagone* XZ *est aussi égal au triangle* SRY, *& par conséquent au triangle* IQS; *lequel étant fait égal au plan* CE, *le plan* CE *& le pentagone* XZ *sont égaux.*

PROPOSITION XLII.

Décrire un triangle égal au cercle ABD. (Fig. 43.)

Tirez le rayon CE, & la tangente EF, égale à la circonférence du cercle (*par la 60 du 3.*)

L'expérience nous apprend qu'on ne sçauroit tirer une ligne tangente, qu'elle ne paroisse à la vue couler l'espace de quelques degrés dans la circonférence du cercle. Nous pouvons donc bien prendre, sans aucune erreur sensible, des petites parties de circonférence pour des lignes droites. Cela supposé, venons à notre preuve.

La tangente EF *est coupée d'autant de petites parties égales, qu'il s'en est trouvé à la premiere petite ouverture de compas, dans la circonférence du cercle* (*suivant la 60 du 3;*) *ainsi si on faisoit sur chacune de ces petites parties égales, tant de la tangente que de la circonférence, des triangles qui eussent leurs som-*

mets au centre C, *ils feroient tous égaux* (*par la* 43 *du* 2 ;) *& si, par exemple, le cercle contenoit* 400 *de ces petits triangles, le triangle* CEF *en contiendroit autant. Donc* (*suivant la* 75 *du* 1,) *le triangle est égal au cercle.*

PROPOSITION XLIII.

Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle. (Fig. 44.)

Inscrivez le triangle équilatéral ABC, & l'enneagone régulier AED.

Prolongez les côtés BC, DE, de part & d'autre.

Coupez BF égal à BA, & CG égale à CA.

Coupez aussi DH égale aux quatre côtés DBPOA. & EI égal à DH, afin que HI soit égal aux 9 côtés de l'enneagone, comme FG l'est aux trois côtés du triangle équilatéral.

Tirez le diametre AS, & le continuez vers N.

Décrivez un arc par les points HF, GI (*prop.* 33 *du* 3.)

Menez la parallele ou tangente LSM, elle sera égale à la circonférence du cercle ABC.

Si vous prenez une petite partie (*suivant la* 60 *du* 3,) *elle se trouvera autant de fois dans la circonférence du cercle que dans la tangente* LM.

Menez du centre R, les lignes RL, RM, & le triangle LMR sera le demandé (*suiv. la précédente.*)

PROPOSITION XLIV.

Réduire en cercle le triangle ABC. (Fig. 45.)

Coupez la base BA en deux également au point D.

Elevez la perpendiculaire DE.

Menez CF parallele à la base BA.

Du point F, décrivez le cercle DOP.

Réduisez ce cercle en triangle FGH (*par la précédente.*)

Coupez DI moyenne proportionnelle entre DA & DG (*par la* 52 *du* 3.)

Menez IK parallele à GF.

Du point K décrivez le cercle DMN, il sera égal au triangle ABC. Tirez AF, BF.

Les triangles DGF, DIK, *sont semblables* (*par la* 57 *du* 2;) *ainsi ils sont en raison doublée de leurs côtés ou perpendiculaires*, DF, DK (*par la* 66 *du* 2.) *Les cercles* DOP, DMN, *sont aussi en raison doublée des mêmes perpendiculaires, lesquelles sont leurs rayons ou demi-diametres. Donc comme le triangle* DFG *est au triangle* DIK, *le cercle* DOP *est au cercle* DMN, *& par échange, comme le triangle* DFG *est au cercle* DOP, *le triangle* DIK *est au cercle* DMN: *le cercle* DOP *est double du triangle* DFG; *donc le cercle* DMN *est aussi double du triangle* DKI, *lequel est fait égal au triangle* ADF (*suivant la* 33.) *Le triangle* ABF *est double du triangle* AFD, *donc le cercle* DNM *est égal au triangle* ABF, *& par conséquent au donné* ABC; *ces triangles* ABF, ABC *étant égaux* (*par la* 42 *du* 2.)

PROPOSITION XLV.

Décrire sur la ligne droite GF, *un ovale égal au cercle* ABC. (Fig. 46.).

Que le centre E du cercle proposé soit dans le milieu de la ligne GF.

De ce point E, élevez la perpendiculaire EC.

Tirez CG & la coupez en deux également en H.
Tirez ſur CG la perpendiculaire HI.
Du point I décrivez le demi-cercle GCK.
Portez FK ſur EC de E en M, & de E en L.
Les droites GF, LM, feront les deux diametres ſur leſquels vous ferez l'ovale demandé (*par la* 56 *du* 3.)

Les demi-diametres GE, EC, EM *ou ſon égal* EK, *ſont proportionnels* (*ſuivant la* 51 *du* 3 :) *ainſi les diametres* GF, CD, LM, *le ſont auſſi.*

Or, ſi on ſuppoſe, comme il eſt évident, qu'il y a même raiſon du cercle CD *à l'ovale, qu'il y auroit d'un quarré fait ſur le diametre de ce cercle* CD, *au rectangle compris ſous le grand & le petit diametre de l'ovale ; on doit conclure que le cercle* CD *eſt égal à l'ovale ; de même que le quarré ſeroit égal au rectangle* (*ſuivant la* 64 *du* 2.)

PROPOSITION XLVI.

Décrire un cercle à l'ovale GLFM.
(Fig. 46.)

Tirez les diametres GF; ML, ſe coupant à angles droits en E (*par la* 57 *du* 3.)
Coupez EC moyenne proportionnelle entre les diametres EG, & EM, ou EK ſon égal (*par la* 51 *du* 3.)
Du centre E décrivez le cercle demandé ADBC.

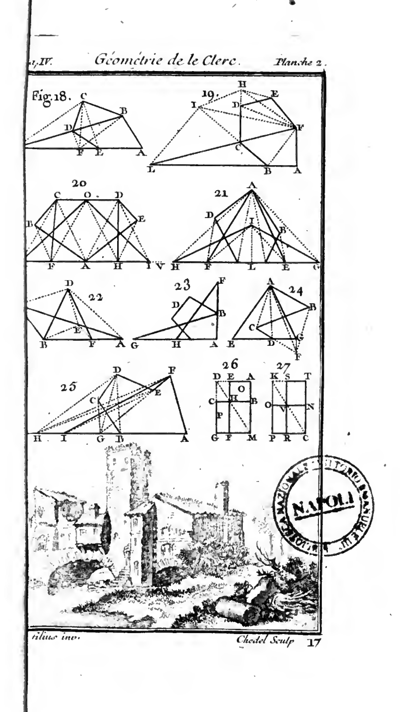
La démonſtration eſt l'inverſe de la précédente.



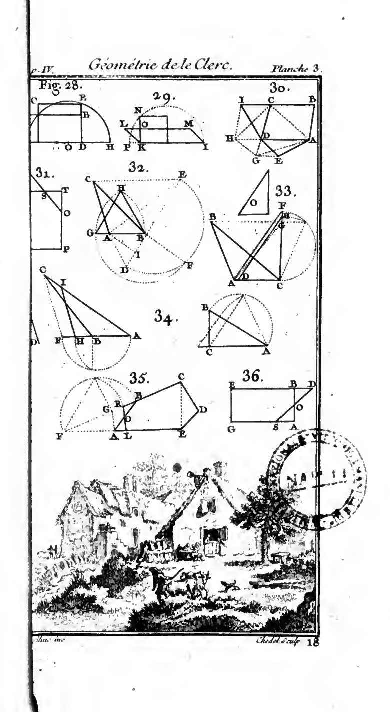
CHAP.

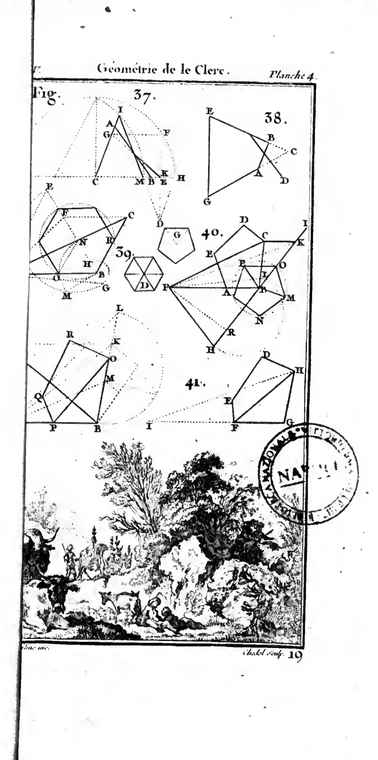
2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17.

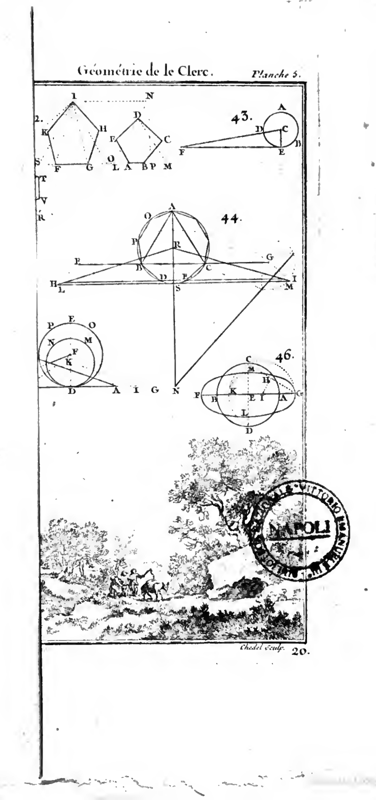
Chalet Sculp. 10



tilius inv. *Chedel Sculp* 17


Fig. 28.
C
E
B
O
D
H
29.
N
L
O
M
P
K
I
30.
I
C
B
H
D
A
G
E
31.
S
T
O
P
32.
C
H
E
G
A
B
I
D
F
33.
O
F
H
G
B
A
D
C
C
I
F
H
B
A
34.
B
C
A
35.
C
B
R
G
O
D
F
A
L
E
36.
E
B
D
O
G
S
A


Géométrie de le Clerc.
Planche 4.
Fig.
37.
38.
39.
40.
41.
Chatel sculp.
19


I
N
2.
K
H
D
E
C
S
O
F
G
L
A
B
P
M
T
V
R
43.
A
D
C
B
F
E
44.
A
O
P
R
E
G
B
C
H
L
D
F
S
I
M
P
E
O
N
M
F
K
D
A
I
G
N
46.
C
M
H
F
B
K
E
I
A
G
L
D
Chedel sculp.



CHAPITRE V.

De la division des Plans.

PROPOSITION I.

Partager le triangle ABC *en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle* C.
(Fig. 1.)

DIVISEZ la base AB en trois parties égales ADEB.

Menez les lignes CD, CE, elles feront le partage demandé (*suivant la* 43 *du* 2.)

PROPOSITION II.

Partager le quadrilatere BD *en deux également, par une ligne tirée de l'angle* C.
(Fig. 2.)

Réduisez le quadrilatere en triangle BCE (*par la* 7 *du* 4.)

Divisez la base BE en deux au point F, & la ligne CF fera le partage demandé.

Le triangle BCE *est fait égal au quadrilatere proposé ;* BCF *est moitié du triangle* BCE, *donc il est moitié du quadrilatere* BD.

PROPOSITION III.

Partager le quadrilatere AC *en deux, par une ligne menée de l'angle* B. (Fig. 3.)

Réduisez le quadrilatere en triangle BCE.

Coupez ce triangle BCE en deux également par la ligne BF.

Menez BD, sa parallele FG & la ligne BG, qui fera le partage du quadrilatere.

Donnant le triangle BDG, *pour son égal* BDF, *le quadrilatere* GBCD *est égal au triangle* BCF.

PROPOSITION IV.

Diviser le quadrilatere AC *en trois également, par deux lignes menées de l'angle* D. (Fig. 4.)

Tirez AC & la divisez en trois parties égales AEHC; c'est-à-dire, divisez cette ligne en autant de parties qu'il faut partager le quadrilatere.

Menez BD, ses paralleles EI, HL, & les lignes DI, DL qui feront le partage demandé.

Les lignes DE, DH, BE, BH, *divisent les triangles* ACD, ACB, *chacun en trois triangles égaux* (*par la* 43 *du* 2) & (*par la* 4 *du* 2) *les quadrilateres* ABED, EDHB, HDCB, *sont égaux & valent chacun un tiers du quadrilatere* ABCD.

La ligne EI *a été menée parallele à* BD, *ainsi les triangles* EID, EIB, *qui ont une même base* EI, *sont égaux; desquels le commun* EIO *étant ôté, reste* DEO *égal à* BIO, & *donnant l'un pour l'autre,* AID *est égal au quadrilatere* ABED.

De même, mettant le triangle DHS *pour son égal*

BLS, *le triangle* CDL *est égal, au quadrilatere* BCDH.

Enfin, puisque le triangle BLS *est égal au triangle* DHS, *& le triangle* BIO, *au triangle* DEO, *le quadrilatere* BIDL *est aussi égal au quadrilatere* EDHB.

PROPOSITION V.

Conduire de l'angle A, *des lignes qui partagent le pentagone* CD *en trois parties égales.* (Fig. 5.)

Réduisez le pentagone en triangle AFG (*par la* 15 *du* 4.)

Divisez la base FG en trois parties égales FHIG.

Menez de l'angle A, les lignes demandées AH, AI.

Le triangle AFG *est fait égal au pentagone* CD; *& les lignes* AH, AI, *le partagent en trois triangles égaux: donc le triangle commun* AIH *est le tiers du pentagone* CD, *comme il est le tiers du triangle* AFG.

Les triangles ABC, ABF, *sont égaux*, (*par la* 42 *du* 1) *& leur ajoutant le commun* ABH, *le quadrilatere* ACBH *est égal au triangle* AFH.

Par la même raison le quadrilatere AIED *est égal au triangle* AIG.



PROPOSITION VI.

Diviser le pentagone BM *en quatre parties égales par des lignes tirées du point* A. (Fig. 6.)

Réduisez le pentagone donné en triangle ABF (*par la* 18 *du* 4.)

Divisez la base BF, en quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Menez AC, & ses paralleles 2, 2, 3, 3.

Des points 1, 2, 3, qui se rencontrent dans les côtés de la figure, tirez des lignes à l'angle A, elles feront le partage demandé.

1. *Le triangle* ABO *étant une quatrieme partie du triangle* ABF, *qui est fait égal au pentagone* BM, *il est aussi une quatrieme partie du même pentagone.*

2. *Supposé la ligne* AG, *les triangles* ACH, ACG *sont égaux* (*par la* 42 *du* 2 :) & *le triangle commun* ABC *leur étant ajouté*, *le quadrilatere* ABCH *est égal au triangle* ABG : *donc le quadrilatere* ABCH *contient la moitié du pentagone* BM, *comme le triangle* ABG *contient la moitié du triangle* ABF.

Enfin, *les triangles* ACL, ACN, *sont égaux*, *le triangle* ABC *leur est commun. Donc le quadrilatere* ABCN, *est égal au triangle* ABL : *ce triangle contient trois quarts du triangle* ABF ; *donc le quadrilatere* ABCN, *contient trois quarts du pentagone proposé.*

PROPOSITION VII.

Divifer le plan BC *en fix parties égales, par des lignes menées à l'angle* A. (Fig. 7.)

Réduifez ce plan en triangle ABI (*par la* 19 *du* 4.)

Divifez la bafe BI en fix parties égales 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Continuez HG vers N, GF vers O, FE vers P.

Menez AH & fes paralleles 22, 33, 44, 55.

Tirez AG, & fes paralleles 33, 44, 55.

Menez AF, & fes paralleles 44, 55.

Menez auffi AE, & fa parallele 55.

Si des points 1, 2, 3, 4, 5, qui fe rencontrent dans les côtés du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la divifion requife.

Suppofé les lignes AM, AN, AO, AP. *Les lignes* AH, MN, *étant paralleles, le triangle* AHN *eft égal à* AHM (*par la* 42 *du* 2.)

Par la même raifon, AGO *eft égal à* AGN ; AFP *l'eft à* AFO ; *&* AER *à* AEP : *ainfi la ligne* AR *coupe du plan propofé la partie* ABHGFER, *égale au triangle* ABM.

Le triangle ABI *eft fait égal au plan propofé ; donc le triangle* ARC *eft égal au triangle* AIM (*par la* 5 *du* 2.)

Le triangle AIM *eft la fixieme partie du triangle* ABI, *donc* ARC *eft la fixieme partie du plan propofé.*

Les autres divifions fe prouveront de même, ou par la précédente.

PROPOSITION VIII.

Tirer de l'angle A *une ligne qui partage le plan* BCE *en deux également.* (Fig. 8.)

Réduifez le plan CBE en triangle ABG.
Coupez BG en deux parties égales au point I.
Le triangle ABI vaudra la moitié du plan propofé.
Prolongez CD vers H.
Menez AC, fa parallele IH, la ligne AH, & donnez le triangle ACH pour fon égal ACI.
Tirez AD, fa parallele HL, & le triangle ADL étant mis pour fon égal ADH, la ligne AL fera le partage demandé.

PROPOSITION IX.

Divifer le plan BE *en deux également par une ligne menée de l'angle* A. (Fig. 9.)

Réduifez ce plan en triangle AEF (*par la* 24 *du* 4.)
Coupez la bafe EF en deux au point G, & menez AG.

Si le triangle AGE *étoit entierement dans le plan propofé* BE, *le partage feroit fait ; mais la partie* CIH *en étant dehors, il faut la faire rentrer comme il s'enfuit.*

Menez CG, fa parallele DL, la ligne LC ; puis donnez le triangle IDG, pour fon égal ICL.
Tirez encore AC, fa parallele LO, puis donnez le triangle AOH pour fon égal CHL, & la ligne AO fera le partage demandé.

PROPOSITION X.

Diviser le triangle ABC *en trois parties égales, par des lignes conduites au point* D. (Fig. 10.)

Divisez la base AB en trois parties égales AFEB.

Menez CD, & ses paralleles EG, FH.

Tirez les lignes DG, DH, elles feront le partage du triangle.

Supposé les lignes CE, CF, *elles divisent le triangle* ABC *en trois triangles égaux.*

Mettez le triangle EGD *pour son égal* EGC; BDG *sera égal au triangle* BCE.

Par la même raison, ADH *sera égal au triangle* ACF; *&* DGCH, *à* CEF.

PROPOSITION XI.

Diviser le pentagone RS *en trois parties égales, par des lignes tirées du point* F. (Fig. 11.)

Réduisez ce pentagone en triangle DCH (*par la* 15 *du* 4.)

Coupez CH en trois parties égales CABH.

Menez DF, & ses paralleles AG, BE.

Tirez les lignes FG, FE, elles feront le partage du pentagone (*suivant la précédente.*)

PROPOSITION XII.

Tirer du point G *une ligne qui divise le plan* BCF *en deux également.* (Fig. 12.)

Réduisez le plan proposé en triangle BCH (*par la* 25 *du* 4.)

Divisez la base BH en deux au point I, & le

triangle BCI sera moitié du triangle BCH.

Menez DI, sa parallele CK & la ligne IK, qui divisera le plan BCF en deux également : car mettant le triangle DIK pour son égal DKC, la partie IKDCBI sera égale au triangle BCI.

Tirez GK, sa parallele IL & la ligne GL ; puis donnez le triangle GKL pour son égal GKI.

Tirez GE, sa parallele LM, & la ligne GM, qui fera le partage demandé, en donnant le triangle GEM pour son égal GEL.

PROPOSITION XIII.

Partager le pentagone ABO *en trois parties égales par des lignes tirées du point* F, *ensorte que la ligne* AF *fasse une des divisions.* (Fig. 13.)

Réduisez le pentagone en triangle FGH (*par la 21 du* 4.)

Coupez AD égal à HK, tierce partie de la base GH; & le triangle ADF, vaudra un tiers du triangle FGH.

Menez FI, sa parallele DE la ligne EF: & le triangle FIE étant mis pour son égal FID, le quadrilatere AFEI sera un tiers du pentagone.

Coupez AL égal à AD, & le triangle ALF sera égal au triangle ADF, tiers du triangle FGH.

Continuez AO vers M : menez LM parallele à AF : & supposé la ligne FM, le triangle AFM sera égal au triangle AFL.

Tirez FO, sa parallele MN, la ligne FN, & donnant le triangle FON, pour FOM son égal ; le quadrilatere AFNO, sera égal au triangle AFL.

PROP.

PROPOSITION XIV.

Partager en trois parties égales le pentagone régulier ACE, *par des lignes tirées du centre* B. (Fig. 14.)

Divisez le contour du pentagone en trois parties égales aux points A, L, M, (*par la* 59 *du* 3.)

De ces points A, L, M, menez des lignes au centre B, elles feront le partage demandé

Que chaque côté du pentagone soit divisé en trois parties égales, & que de chacune de ces parties on mene des lignes au centre B: *le poligone sera divisé en* 15 *petits triangles, qui étant tous de même hauteur, seront égaux. Or, il est évident que les lignes* BA, BL, BM, *comprennent entr'elles trois parties qui renfermeront chacune cinq de ces petits triangles: donc ces trois parties sont égales* (*suivant la* 75 *du* 1.)

PROPOSITION XV.

Diviser le triangle ABC *en trois parties égales par des lignes menées au point* D, *pris hors le triangle.* (Fig. 15.)

Divisez le triangle proposé en trois parties égales par les lignes CE, CF, (*suivant la* 1.)

Dirigez CE, côté du triangle BCE, vers D, (*par la* 36 *du* 4,) & vous aurez le triangle BGH pour le triangle BCE.

Dirigez de même CF, côté du triangle ACF, vers le point D, & vous aurez AIK pour ACF; & GIKCH, pour CEF.

PROPOSITION XVI.

Diviser le parallélogramme BD *en quatre parties égales, par des lignes conduites au point* E. (Fig. 16.)

Coupez les côtés AD, BC, chacun en deux également aux points F, G.

Menez FG, & la coupez en quatre parties égales FHIKG.

Tirez les lignes EKN, EIM, EHL; elles feront la division du parallélogramme.

Supposé les lignes TP, VM, XO, *paralleles à* AD*: elles diviseront le parallélogramme* BD *en quatre autres parallélogrammes égaux* BX, OV, MT, PD (*par la* 41 *du* 2;) *& mettant le triangle* KXY *pour* KNO *qui lui est égal* (*par la* 59 *du* 2,) *le quadrilatere* BCYN *est égal au parallélogramme* BCXO.

Par la même raison le quadrilatere MNYV *est égal au parallélogramme* MOXV, *& ainsi des autres.*

PROPOSITION XVII.

Menez du point F *des lignes qui partagent le pentagone* ABD *en trois parties égales.* (Fig. 17.)

Réduisez le pentagone en triangle DGH (*par la* 15 *du* 4.)

Divisez la base GH en trois parties égales aux points K, L, & menez DL, DK, lesquelles diviseront le pentagone en trois parties égales (*suivant la* 5.)

Continuez les côtés AB, DC en I.

Dirigez DL, côté du triangle DLI, vers le point F (*par la* 36 *du* 4 ;) c'eſt-à-dire, faites du triangle DLI le triangle POI ayant le côté PO dirigé vers F.

Faites de même le triangle ENR, égal au triangle DEK.

PROPOSITION XVIII.

Partager en trois également le triangle ABC, *par des lignes tirées aux points* D, E, *pris dans la baſe* AB *qui en eſt coupée en trois parties inégales.* (Fig. 18.)

Diviſez AB en trois parties égales aux points N, O, & les lignes CO, CN, diviſeront le triangle ABC en trois triangles égaux CBN, CNO, COA.

Tirez CD, ſa parallele OG, & la ligne DG.

Mettez le triangle GOD pour ſon égal GOC, & ADG ſera égal au triangle ACO.

Menez CE, ſa parallele NH, & la ligne EH.

Mettez le triangle NHE pour ſon égal NHC; le triangle AEH, ſera égal aux deux triangles AOC; ONC, c'eſt-à-dire, au ſeul ANC; & le quadrilatere BCHE le ſera au troiſieme triangle BCN (*ſuivant la* 5 *du* 2.)



PROPOSITION XIX.

Le trapeze AC *ayant les côtés proposés* AB, CD *paralleles, est donné pour être partagé en trois également par les points* E, F, *qui divisent la base* AB *en trois parties égales.* (Fig. 19.)

Divisez CD comme AB, c'est-à-dire, en trois parties égales, puis menez les lignes FH, EG, qui feront le partage demandé (*par la* 49 *du* 2.)

PROPOSITION XX.

Le trapeze HK, *a les côtés* IH, KS, *paralleles, & on veut le partager en trois parties égales par les points* L, M, *qui divisent inégalement la base* HI. (Fig. 20.)

Coupez les côtés paralleles IH, KS, chacun en trois également aux points D, N, R, O; & les lignes DR, NO, diviseront le trapeze proposé en trois quadrilateres égaux IKDR, RDNO, ONSH (*par la précédente.*)

Menez DM, sa parallele RT, & donnant le triangle DMT pour son égal DMR, la ligne MT coupera le quadrilatere IMTK, égal au quadrilatere IRDK.

Menez LN, sa parallele OP, & la ligne LP, qui coupera le quadrilatere ILPK, égal au quadrilatere IONK : & LPSH restera égal au quadrilatere OMSH (*suivant la* 5 *du* 2.)

PROPOSITION XXI.

Des points D & C*, pris comme on voudra dans la base* IA*, partager le quadrilatere* AB *en trois parties égales.* (Fig. 21.)

Réduisez le quadrilatere proposé en triangle AEF (*par la* 7 *du* 4.)

Coupez la base FA en trois parties égales FVGA : les lignes EG, EV diviseront le triangle AEF en trois triangles égaux.

Menez CE, sa parallele GH, la ligne CH; & le triangle CEH étant mis pour son égal CEG, le quadrilatere ACHE sera égal au triangle AGE.

Tirez DE, sa parallele VT, & la ligne DT.

Donnez le triangle DET pour son égal DEV, le quadrilatere ADTE, sera égal au triangle AEV : & le quadrilatere DIBT, le sera au triangle EFV (*par la* 5 *du* 2.)

PROPOSITION XXII.

Diviser du point D *le plan* BV *en deux parties, qui soient entr'elles comme les deux parties de la ligne* RS. (Fig. 22.)

Réduisez le plan BV, en triangle BCK (*par la* 19 du 4.)

Coupez BK en M, comme RS est coupeé en E (*par la* 48 *du* 3.)

Tirez CM, & les triangles BCM, MCK, seront entr'eux comme leurs bases; c'est-à-dire, comme les parties de la ligne RS (*suivant la* 47 *du* 2.)

Continuez le côté CP, vers O.

Menez CD, ſa parallele MO, la ligne DO, & mettez le triangle CDO pour ſon égal CDM.

Menez DP, ſa parallele OI, & la ligne DI qui fera le partage demandé : car le triangle DPI étant donné par ſon égal DPO, la partie BI ſera égale au triangle BCM ; & la partie DV le ſera au triangle MCK (*par la 5 du 2.*)

PROPOSITION XXIII.

Partager le plan FC, *en trois parties égales ſur trois parties égales* AILB. (*Fig.* 23.)

Prolongez de part & d'autre le côté DE, qui eſt parallele à la baſe AB.

Réduiſez le plan FC en quadrilatere GABH.

Diviſez GH, en trois parties égales GNOH.

Menez des lignes IN, LO, qui diviſeront le quadrilatere ABHG en trois quadrilateres égaux, GAIN, NILO, OLBH (*ſuivant la 49 du 2.*)

Menez DL, ſa parallele OP, & les lignes IN, LP, feront le partage demandé.

Le trapeze EAIN *étant commun aux deux triangles égaux* AEG, AEF, *la premiere partie* AINEF, *eſt égale au quadrilatere* AING.

De même, le trapeze ILDN *étant joint aux deux triangles égaux* LDP, LDO ; *la ſeconde partie* ILDPN *eſt égale au quadrilatere* ILON : & (*par la 5 du 2,*) *la troiſieme partie* LBCP, *eſt égale au quadrilatere* LBHO.



PROPOSITION XXIV.

Partager le plan CF *en deux parties qui soient entr'elles comme les parties* AN, NB, *de la base* AB. (Fig. 24.)

Menez par le point E la ligne OH, parallele à AB.

Réduisez le plan proposé CF en trapeze ABHO.

Prolongez HB, OA, jusqu'à leur recontre en P.

Du point P, menez PNI, qui divisera OH en I, comme AB l'est en N, (*suivant la* 46 *du* 3 :) & les quadrilateres ANIO, BNIH, feront entr'eux comme leurs bases AN, NB, (*suivant la* 49 *du* 2.)

Tirez EN, sa parallele IL, puis LN, qui fera le partage demandé.

Si on ajoute aux triangles égaux BEH, BEF, *le commun* BEN ; *les quadrilateres* BNEH, BNEF, *seront égaux : desquels ôtant les triangles égaux* ENI, ENL, *savoir* ENI, *du quadrilatere* BNEH ; & ENL *du quadrilatere* BNEF ; *le quadrilatere* BNLF *restera égal au quadrilatere* BNIH : & *le plan proposé* CF, *étant égal au trapeze* ABOH, *sa partie* NLC, *restera aussi égale au quadrilatere* ANIO. *Donc la ligne* NL *partage le plan* CF, *comme* NI *partage le trapeze* ABOH, *sçavoir en deux parties qui sont entr'elles, comme leurs bases* AN, NB.



PROPOSITION XXV.

Partager le triangle ABC *en trois parties égales, par des lignes paralleles au côté* AC. (Fig. 25.)

Divisez AB en trois parties égales AEDB, & les lignes CE, CD, diviseront le triangle ABC en trois triangles égaux.

Décrivez le demi-cercle AGB.

Elevez les perpendiculaires EH, DG.

Du point B, décrivez les arcs HP, GR.

Menez les paralleles demandées PF, RV.

Le triangle ABC *est divisé en trois triangles égaux par les lignes* CE, CD : *le triangle* BPF *est égal à* BCE : & BRV, *l'est à* BCD (*par la* 33 *du* 4.)

PROPOSITION XXVI.

Partager le parallélogramme AC *en trois parties égales, par des lignes paralleles aux côtés* AD, BC. (Fig. 26.)

Coupez les côtés CD, BA, chacun en trois parties égales aux points FE, HG.

Menez les lignes EG, FH, elles feront le partage demandé (*suivant la* 41 *du* 2.)



PROP.

PROPOSITION XXVII.

Divifer le trapeze régulier AIML, *en trois parties égales, par des lignes ou coupures paralleles au côté* AL. (Fig. 27.)

Divifez les côtés AL, IM, chacun en deux également, aux points O, P.

Menez OP & la coupez en trois parties égales, P, S, R, O.

Tirez par les points S, R, les paralleles demandées XZ, VY.

Suppofé la ligne NOG *parallele à* VY. *Les parallélogrammes* AX, ZV, YN *font égaux* (*par la* 41 *du* 2.) *Le triangle* GIO *eft égal au triangle* MNO (*par la* 59 *du* 2 :) *ainfi, mettant l'un pour l'autre, le trapeze* IYVM *eft égal au parallélogramme* NVYG.

PROPOSITION XXVIII.

Divifer le quadrilatere ABDC *en deux parties égales, par une ligne parallele au côté* BD. (Fig. 28.)

Continuez les côtés BA, DC, jufqu'en E.

Réduifez le quadrilatere propofé en triangle BDF (*par la* 7 *du* 4.)

Coupez la bafe BF en deux également en G.

Coupez EI moyenne proportionnelle entre EG & DE (*par la* 52 *du* 3.)

Menez IL parallele à BD, elle coupera le quadrilatere propofé en deux également.

Les triangles ADF, ADC, *sont égaux : desquels si l'on retranche le commun* ADO, *les triangles* DOC, AFO, *restent égaux : & joignant à ces triangles égaux le quadrilatere* CEFO ; *le triangle* ACE *est égal au triangle* DEF (*par la* 4 *du* 2.)

Les lignes EG, EI, EB, *sont proportionnelles : & les triangles* EGD, EBD, *sont de hauteur égale : donc le triangle* ILE, *qui est semblable au triangle* BED (*suivant la* 57 *du* 2) *est égal au triangle* DEG (*par la* 67 *du* 2.)

Or, ôtant de ces triangles égaux EGD, EIL : *les égaux, sçavoir* DEF, *du triangle* EGD : *&* ACE *du triangle* EIL : *reste* ACLI, *égal à* DFG, *moitié du triangle* BDF, *lequel est fait égal au quadrilatere* BC. *Donc, &c.*

PROPOSITION XXIX.

Partager le quadrilatere AC *en deux également par une ligne qui soit parallele au côté* BC. (Fig. 29.)

Réduisez le quadrilatere proposé en triangle ADF.

Divisez AF en deux parties égales au point G, & menez DG.

Prolongez les côtés AB, DC, en E.

Menez GI parallele à BC.

Coupez EL, moyenne proportionnelle entre EI & ED (*par la* 52 *du* 3.)

Menez la demandée LM parallele à BC.

Les triangles DEG, IEG, *eu égard à leurs bases* DE, EI, *sont de même hauteur. Le triangle* ELM *est semblable à* GEI : *donc il est égal à* DEG (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle BDF *est fait égal au triangle* BDC : *donc* SCD, BFS *sont égaux : ausquels le quadrilatere* CEFS *étant joint*, DEF *est égal à* BCE : *& retranchant* DEF, *de* DEG ; *&* BCE *de* ELM ; *reste* BCLM *égal au triangle* DFG.

Le triangle AFD *est fait égal au quadrilatere* AC : DFG *est moitié de* AFD : *donc* BCLM, *qui est égal à* DFG, *est moitié du quadrilatere* AC.

PROPOSITION XXX.

Partager l'exagone régulier AD *en quatre parties égales par des lignes paralleles à la diagonale* CF. (Fig. 30.)

Divisez les trapezes ABCF, CDEF, chacun en deux parties égales (*par la* 28.)

PROPOSITION XXXI.

Partager l'exagone ABD *en trois parties égales qui soient concentriques.* (Fig. 31.)

Du centre G, menez des rayons à tous les angles de l'exagone.

Coupez un de ces rayons, par exemple, AG, en trois parties égales AIHG.

Coupez NG, moyenne proportionnelle entre GA & GI.

Coupez aussi GO, moyenne proportionnelle entre GA & GH (*par la* 52 *du* 3.)

Menez de rayon en rayon, les paralleles NNN, OOO, qui feront le partage demandé.

Les paralleles NN, OO, *divisent le triangle* DGC *en trois parties égales* (*par la* 25 :) *& les autres*

triangles sont divisés de même (suivant la 51 du 2.) Donc (par la 4 du 2,) l'exagone est partagé en trois parties égales.

PROPOSITION XXXII.

Du quarré AC *en faire trois qui soient égaux entr'eux.* (Fig. 32.)

Divisez CD en trois parties égales DEFC.

Décrivez le demi-cercle DNC.

De la premiere division E, élevez la perpendiculaire EN, & le quarré de DN sera égal au rectangle AE (*par la* 45 *du* 2;) lequel rectangle faisant un tiers du quarré AC, trois quarrés comme LN, seront égaux, pris ensemble, au même quarré AC.

La même chose doit s'entendre de tous autres plans (*suivant la* 71 *du* 2:) ainsi l'exagone O (*Fig.* 33.) vaut un tiers de l'exagone P; & le cercle X (*Fig.* 34.) est triple du cercle V.

PROPOSITION XXXIII.

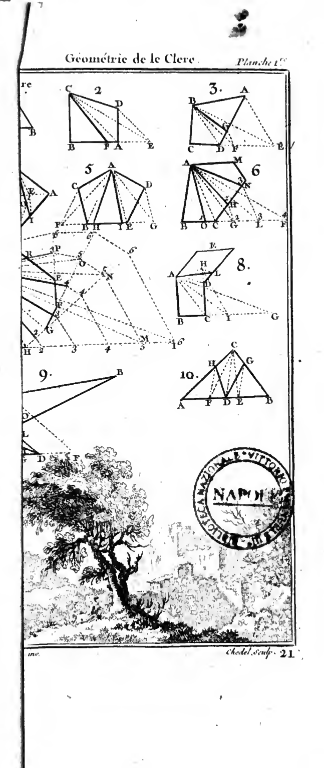
Du quarré AC *en faire trois autres qui soient entr'eux comme les rectangles* AE, RF, VC. (Fig. 35.)

Décrivez le demi-cercle DOC.

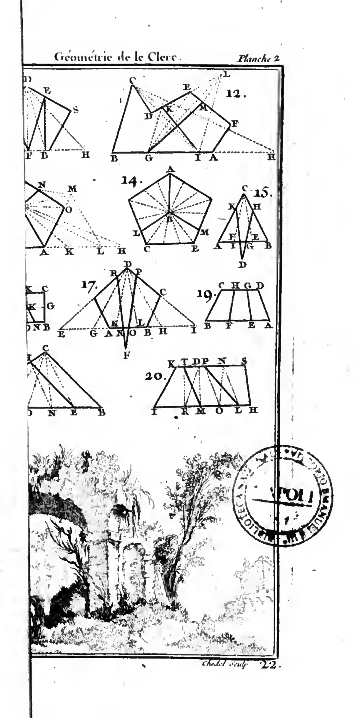
Elevez la perpendiculaire EH, & DH sera le côté d'un quarré égal au premier rectangle (*suiv. la préc.*)

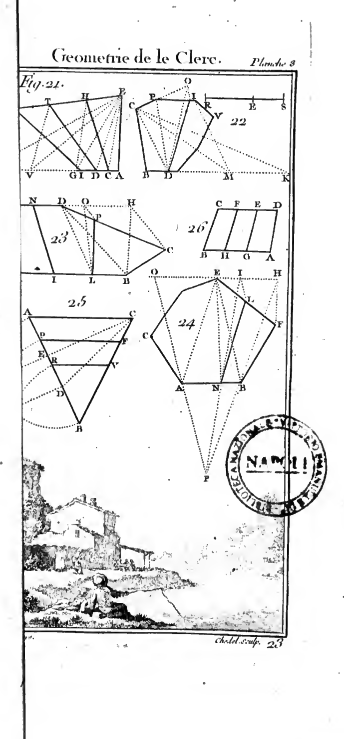
Coupez DI égal à EF; & supposez la perpendiculaire IN, la ligne DN sera le côté d'un quarré égal au rectangle RF.

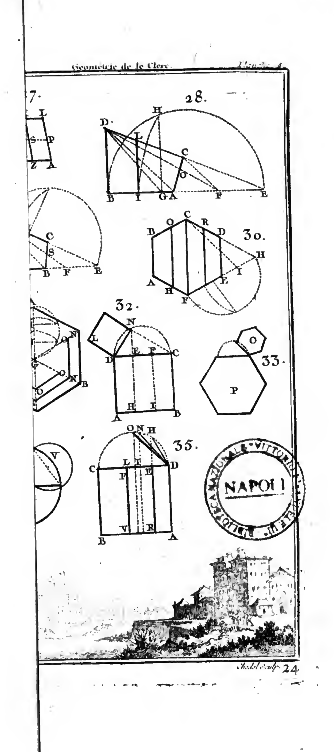
Coupez de même DL égal à CF. Elevez la perpendiculaire LO, & DO sera le côté d'un quarré égal au troisieme rectangle CV.



inv. *Chedel Sculp.* 21


12.
14.
15.
17.
19.
20.
Chedel Sculp
22.


Geometrie de le Clerc.
Planche 3
Fig. 21.
22
23
26
25
24
Chedel sculp.
23
NAPOLI


28.
30.
32.
33.
35.
NAPOLI
24

CHAPITRE VI.

Comme on peut assembler les Plans, les retrancher les uns des autres, & les agrandir ou les diminuer selon quelque quantité proposée.

PROPOSITION I.

Décrire un triangle égal aux trois plans A, B, C, (Fig. 1.)

MENEZ FL parallele à la ligne DM.

Faites le triangle GHI, égal au plan B (*par la* 23 *du* 4.)

Faites aussi le triangle KLM égal au plan C.

Tirez PS, & coupez PR, RT, TS, égales aux bases DE, GI, KM.

Elevez la perpendiculaire PV égale à la perpendiculaire NO.

Tirez SV, & le triangle PSV sera égal aux trois plans proposés.

PROPOSITION II.

Assembler plusieurs plans rectilignes & semblables D, A, B, C, *en un seul* O *qui leur soit aussi semblable.* (Fig. 2.)

Tirez EF égal à la base du premier plan D.

Abaiſſez la perpendiculaire FG égale à la baſe du deuxieme plan A, & la ligne EG ſera le côté d'un ſemblable plan, égal aux deux D & A, (*ſuivant la* 71 *du* 2.)

Elevez ſur EG, la perpendiculaire GH, égale à la baſe du troiſieme plan B, & EH ſera le côté d'un plan égal aux trois D, A, B.

Elevez enfin ſur EH, la perpendiculaire HI, égale à la baſe du quatrieme plan C, & la ligne EI ſera le côté du poligone ou plan demandé O.

PROPOSITION III.

Décrire un cercle égal aux trois cercles A, B, C. (Fig. 3.)

Tirez la ligne EF, égale au diametre A.

Elevez la perpendiculaire FG, égale au diametre B, puis menez EG.

Élevez GH perpendiculaire ſur EG, & la coupez égale au diametre C.

Le cercle décrit ſur le diametre EH ſera égal aux trois propoſés (*ſuivant la précédente.*)

PROPOSITION IV.

Retrancher du triangle ABC, *une partie égale au pentagone* D. (Fig. 4.)

Menez IC parallele à la baſe HA.

Réduiſez le pentagone D en triangle HIE (*par la* 23 *du* 4.)

Coupez NA égale à la baſe HE & menez CN.

Le triangle NCA ſera la partie retranchée égale au pentagone D.

PROPOSITION V.

Oter du plan AEB *une partie egale au triangle* AFG. (Fig. 5.)

Continuez le côté BC vers I, & CD vers M.

Menez BF, sa parallele GI, la ligne FI, & le triangle FBI sera égal au triangle FBG.

Tirez CF, sa parallele IM, la ligne FM; & le triangle FCM sera égal au triangle FCI.

Menez enfin DF, sa parallele MN; & mettant le triangle FDN, pour son égal FDM; la ligne FN retranchera la partie demandée AN, égale au triangle AFG.

PROPOSITION VI.

Réduire une figure en petit.

On veut décrire sur la base AF *une figure comme la proposée* BM. (Fig. 6.)

Du point A, tirez les rayons AE, AD, AC.

Menez FG parallele à BC; GH parallele à CD, &c. *Voyez la* 57 *du* 2.

PROPOSITION VII.

Décrire sur la base GH, *une figure semblable à la figure* AD. (Fig. 7.)

Faites un triangle isoscele LRK ayant les côtés RL, RK, égaux à la base AB; & LK égal à la base GH.

Prolongez les côtés égaux RL, RK.

De l'angle R & de l'intervalle AF, décrivez OP, & la corde OP sera la longueur du côté GY.

Du point R & de l'intervalle BF, décrivez ST;

& la corde ST fera la longueur de la foutendante HY : ainfi du refte.

Les triangles ROP, RLK, RST, *font femblables* (*par la* 58 *du* 2 :) *ainfi comme* RL *eft à* LK, *ou leurs égales* AB *à* GH, RO *eft à* OP, *ou leurs égales* AF *à* GY : *& comme* RO *eft à* OP, *ou leurs égales* AF *à* GY ; RS *eft à* ST, *ou leurs égales* BF *à* HY. *Donc les triangles* ABF, GHY *font femblables* (*fuivant la* 55 *du* 2.)

Il faut obferver qu'encore que cette pratique foit particulierement pour réduire une figure de grand en petit fur une bafe propofée, néanmoins elle peut auffi fervir à réduire une figure de petit en grand, pourvu que la bafe propofée n'aille pas au-delà du double de fon homologue.

PROPOSITION VIII.

Décrire un poligone femblable au poligone AH, *mais plus petit de moitié, c'eft-à-dire, contenant la moitié moins d'aire.* (Fig. 8.)

Coupez AB en deux au point C.

Continuez BA vers D, & coupez AD égale à AC.

Elevez AE moyenne proportionnelle entre AD & AB (*par la* 51 *du* 3.)

Tirez la bafe PG égale à la moyenne AE.

Faites le poligone demandé PGI (*par la précédente.*)

Les poligones H, I, *étant femblables, ils font en raifon doublée de leurs côtés homologues* AB, PG ; *c'eft-à-dire, que le poligone* H *eft au poligone* I, *comme*

comme la baſe AB *à la troiſieme proportionnelle* AD (*par la* 69 *du* 2 :) AB *eſt double de* AD , *donc le poligone* H *eſt double du poligone* I ; *ou ce qui eſt la même choſe*, *le poligone* I *eſt moitié du poligone* H.

PROPOSITION IX.

Diminuer le quarré AD *de la valeur du plan* E. (Fig. 9.)

Réduiſez le quarré propoſé en triangle ACF (*par la* 2 *du* 4 .)

Réduiſez auſſi le plan E en triangle GHI de la hauteur du triangle ACF (*par la* 23 *du* 4.)

Coupez la baſe FK égale à la baſe GH, & tirez CK qui donnera le triangle CFK égal au plan E.

Du triangle reſtant ACK, faites le parallélogramme AL (*par la* 6 *du* 4.)

Du parallélogramme AL, faites le quarré AO (*par la* 28 *du* 4,) & le gnomon COB retranché du quarré AD ſera égal au plan E.

PROPOSITION X.

Retrancher de l'exagone irrégulier ABD, *un autre exagone ſemblable*, *la différence des deux reſtant égale au plan* G. (Fig. 10.)

Faites le triangle BCF égal à l'exagone ABD, (*par la* 19 *du* 4.)

Faites auſſi le triangle FCK égal au plan G (*par la* 23 *du* 4.)

Coupez BO, moyenne proportionnelle entre BK & BF (*par la* 52 *du* 3.)

Menez ON, parallele à CF.

Décrivez sur BN un exagone NR semblable au proposé AC (*par la* 6.) & la différence des deux exagones sera égale au plan G.

Les bases BF, BO, BK *sont proportionnelles : ainsi le triangle* BNO *semblable au triangle* BCF (*par la* 57 *du* 2,) *est égal au triangle* BCK (*par la* 67 *du* 2.)

Les triangles semblables BNO, BCF *sont en raison doublée de leurs côtés homologues* BN, BC ; *& les exagones semblables* RNH, ACE, *sont aussi en raison doublée des mêmes côtés* BN, BC (*suivant la* 69 *du* 2.) *Donc comme le triangle* BCF *est au triangle* BNO, *l'exagone* ACE *est à l'exagone* RNH : *& par échange, le triangle* BNO *est à l'exagone* RNH, *comme le triangle* BCF *est à l'exagone* ACE. *Le triangle* BCF *est fait égal à l'exagone* ACE : *donc le triangle* BNO *est égal à l'exagone* RNH.

Le triangle BNO *est prouvé égal au triangle* BCK : *donc l'exagone* RNH *est égal au triangle* BCK. *Et puisque le triangle* BCF *est égal à l'exagone* ACE, *la différence des deux exagones est égale au triangle* KCF, *lequel est fait égal au plan* G.

PROPOSITION XI.

Réduire une figure en grand.

Doubler & quadrupler le quarré BD.
(Fig. 11.)

Prolongez AD, AC, AB ; & du point A, décrivez l'arc CE.

Faites le quarré EG, il sera double du quarré BD.

Du point A décrivez encore l'arc FH, le quarré HI sera double du quarré GE, & quadruple du proposé BD.

L'angle D *étant droit & les côtés* AD, DC *égaux ; le quarré de* AC *ou de* AE *son égal, c'est-à-dire* EG, *est double du quarré* BD (*par la* 46 *du* 2.)

Par la même raison, le quarré HI *est double du quarré* EG, *& par conséquent quadruple du quarré* BD.

Que si on faisoit un quarré sur la base AL, *il seroit double du quarré* HI, *quadruple du quarré* GE, *& octuple du quarré* DB.

PROPOSITION XII.

Doubler, tripler & quadrupler le plan BC. (Fig. 12.)

Prolongez AB vers M, & tirez les rayons ADN, ACE.

Abaissez la perpendiculaire BR égale à AB.

Du point A, décrivez l'arc RH.

Faites sur AH le pentagone HK, semblable au proposé (*par la* 6.)

Tirez RV parallele à BG, & coupez RS égale à BH.

Du point A, décrivez l'arc SO.

Faites sur AO, le pentagone OQ, &c.

Les lignes AB, BR *sont égales, & font un angle droit ; donc le pentagone fait sur* AR *ou* AH *son égale, est double du pentagone* BC (*suivant la* 71 *du* 2.)

La ligne HS *est égale à la base* AB, *&* AH *est*

la base d'un pentagone double : AS ou son égal AO est la base d'un pentagone égal aux deux pentagones BC, HK, (par la 71 du 2 ;) donc le pentagone CQ, est triple du proposé BC.

Par la même raison, le pentagone ME est quadruple ; & celui qui sera fait sur la base AG, sera quintuple.

PROPOSITION XIII.

Multiplier le cercle BCD autant qu'on voudra. (Fig. 13.)

Continuez le rayon AC hors le cercle.

Abaissez la perpendiculaire CN, égale à AC.

Du centre A décrivez le cercle NLK, il sera double du donné BCD (*par la précédente.*)

Menez NO parallele à CG, puis coupez NM égale à CL.

Du centre A, décrivez le cercle M, il sera triple du proposé, & le suivant sera quadruple.

PROPOSITION XIV.

Décrire un poligone qui soit au poligone H, en raison de 3 à 2. (Fig. 14.)

Coupez la base OR en deux parties égales, & en donnez trois à RS.

Trouvez RT moyenne proportionnelle entre OR & RS.

Tirez MN égale à RT, elle sera la base du poligone demandé. *Voyez la* 8.



PROPOSITION XV.

Décrire sur la base EF, *une figure semblable à la figure* AC. (Fig. 15.)

Faites comme il vous plaira l'angle IGH.

Coupez GL égale à la base AB, GM égale à la base EF, puis tirez LM.

Coupez GN égale à AD, menez NO parallele à LM, & GO sera la longueur du côté EP.

Ayant aussi coupé GI égale à BD, & mené le parallele IH, GH sera la longueur de la soutendante FP; ainsi du reste.

Les lignes IH, LM, NO *étant paralleles*, GH *est coupé en* O, M, *comme* GI *est coupée en* N, L: *ainsi les lignes* GN, GL, GI, *qui sont coupées égales aux trois côtés du triangle* ADB, *sont entr'elles comme les lignes* GO, GM, GH, *ausquelles les côtés du triangle* EFP *sont coupés égaux; donc le triangle* EFP *a ses côtés proportionnels à ceux du triangle* ABD; *& par conséquent les deux triangles* EFP, ABD, *sont semblables.*



AVERTISSEMENT

Pour le Chapitre suivant.

Pour appliquer la Théorie que l'on vient d'enseigner dans les Chapitres précédens, à la Pratique, on donne dans la septieme le Toisé des superficies, & l'on traitera dans le Chapitre neuvieme du Toisé des solides, qui en est une suite. On s'est peu étendu sur cette matiere, qui elle seule auroit exigé un Traité entier; mais l'on en dit assez pour mettre le Lecteur en état de faire toutes sortes de Toisés. Au reste, ceux qui voudront s'épargner la peine de faire les calculs nécessaires, pourront avoir recours au *Nouveau Tarif du Toisé superficiel & solide*, par M. *Mésange*, imprimé en 1742. Ce Livre est d'autant plus commode, que la méthode en est simple & aisée, & qu'on y trouve les calculs du Toisé tous faits, sans qu'il soit besoin de faire une seule addition; & pour le rendre aussi nécessaire qu'utile aux jeunes gens qui se destinent à l'Architecture & au Génie, on a appliqué ces calculs au Toisé des bâtimens, dont on donne les Us & Coutumes, avec une méthode facile pour trouver le montant des ouvrages suivant un prix convenu. Ce Tarif, aussi-bien que celui du même Auteur pour les Bois de Charpente, & les autres Livres nécessaires aux personnes qui s'appliquent aux Mathématiques, se vend chez le même Libraire qui a imprimé celui-ci.



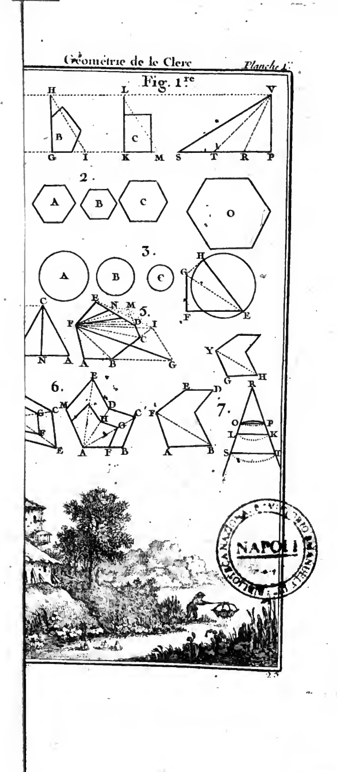
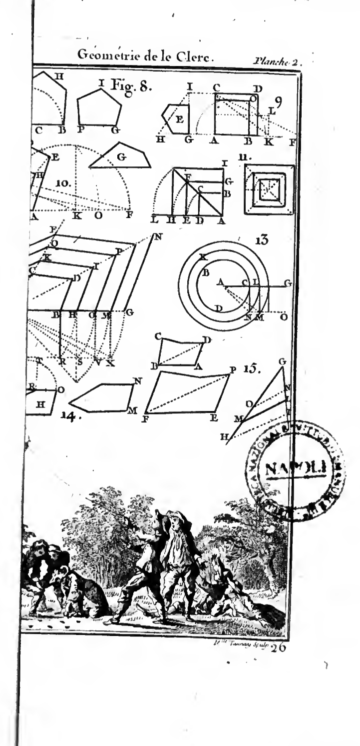


Fig. 1.re
H
L
V
B
C
G
I
K
M
S
T
R
P
2.
A
B
C
O
3.
A
B
C
H
G
F
E
C
E
N
M
5.
F
D
I
C
N
A
A
B
G
Y
G
H
6.
E
D
M
C
G
H
G
C
F
F
E
A
F
B
E
D
F
A
B
7.
R
O
P
L
K
S
NAPOLI


Fig. 8.
9
10.
11.
13
14.
15.
Mlle Taunay Sculp.
26



CHAPITRE VII.

Du Toisé des Plans.

D*ANS ce Chapitre, on enseigne à mesurer les plans ; & la mesure qu'on y emploie est la Toise.*

La Toise a six pieds de Roi de longueur, le pied de Roi 12 *pouces, & le pouce* 12 *lignes.*

Lorsque la Toise est multipliée par elle-même, elle produit une Toise quarré.

On voit que le quarré AG, (Fig. 1.) *qui contient* 36 *petites superficies quarrées, est le produit de la ligne* AB *multipliée par elle-même, ou par son égale* BG, *c'est-à-dire* 6 *par* 6 ; *& que si* AB *étoit de* 12 *parties égales, le quarré* AG *comprendroit* 144 *petits quarrés égaux qui seroient le produit de* 12 *multipliés par* 12. *Ainsi ;*

La Toise quarré a 36 *pieds quarrés, le pied quarré* 144 *pouces quarrés, & le pouce quarré* 144 *lignes quarrées.*

Les grands terreins se mesurent par Perches & par Arpens ; & alors cette partie de la Géométrie est appellée Arpentage.

La perche est plus ou moins grande, selon les lieux. Dans la Prévôté de Paris elle est de trois toises, & dix perches font l'arpent.

La perche quarrée contient 9 *Toises quarrées, & l'Arpent quarré,* 100 *perches quarrées.*

OBSERVATIONS.

Des toises multipliées par des toises, produisent des toises quarrées.

Des pieds multipliés par des pieds, produisent des pieds quarrés, & la même chose doit s'entendre des pouces & des lignes.

Des toises multipliées par des pieds, produisent des pieds courans sur toises ; c'est-à-dire, des rectangles qui ont une toise de longueur & un pied de largeur.

Des toises multipliées par des pouces, produisent des pouces courans sur toises, c'est-à-dire, des rectangles d'une toise de longueur & d'un pouce de largeur ; comme des toises multipliées par des lignes, produisent des rectangles d'une toise de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pieds multipliés par des pouces, produisent des pouces sur pieds ; c'est-à-dire, des rectangles d'un pied de longueur & d'un pouce de largeur.

Des pieds multipliés par des lignes, produisent des lignes sur pieds, qui sont des rectangles d'un pied de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pouces multipliés par des lignes, produisent des lignes sur pouces, qui sont des rectangles d'un pouce de longueur & d'une ligne de largeur.

Six pieds sur toise font une toise quarrée.

Douze pouces sur toise font un pied sur toise.

Douze lignes sur toise font un pouce sur toise.

Douze pouces sur pied font un pied quarré.

Douze lignes sur pied font un pouce sur pied.

Douze lignes sur pouce font un pouce quarré.

Six pieds quarrés font un pied sur toise.

Douze pouces quarrés font un pouce sur pied.

Douze lignes quarrées font une ligne sur pouce.

PROP.

PROPOSITION I.

Mesurer l'aire du rectangle AC. (Fig. 2.)

Toisez la longueur AB & la largeur AD, & supposé que l'une se trouve être de 12 toises & l'autre de 6, multipliez 12 par 6, le produit 72 toises quarrées, sera l'aire du rectangle.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

Si AB (*Fig.* 3.) est trouvée valoir 5 toises 3 pieds, & BC 4 toises.

Multipliez les toises par les toises, 4 par 5, puis les 4 toises par les 3 pieds; & vous aurez de produit 20 toises quarrées, & 12 pieds sur toises qui feront encore 2 toises quarrées : ainsi le rectangle AC sera de 22 toises quarrées.

toises. pieds.
5 — 3.
4 — 0

toises quarrées. 20 — 12 pieds sur toises.

Mais si AB (*Fig.* 4.) étoit de 5 toises 3 pieds, & BC de 4 toises 2 pieds, il faudroit multiplier les 5 toises par les 4, qui produiroient 20 toises quarrées.

Multiplier les 5 toises par les 2 pieds, comme aussi les 4 toises par les trois pieds, qui produiroient 22 pieds sur toises.

Multiplier les pieds par les pieds, 2 par 3, qui produiroient encore 6 pieds quarrés, c'est-à-dire, un pied sur toise : lequel étant joint aux 22, feroit 23.

De ces 23 en tirer 18, c'est-à-dire, trois toises quarrées pour les joindre aux autres 20 ; & le rectangle AC se trouveroit contenir 23 toises quarrées, & 5 pieds sur toises, ou 30 pieds quarrés.

La division de ces plans rectangles, sert de démonstration ; par exemple, on voit ici les 20 *toises quarrées dans le rectangle* AE : *les* 22 *pieds sur toise dans les rectangles* DE, BE : *& les* 6 *pieds quarrés, dans le rectangle* CE.

toises. 5—3 pieds.

X

4—2

toises quarrées 20—10 pi. courans sur toise.

12

6 pieds quarrés.

toises quarrées 23— 5 pieds sur toises.

Que si enfin le rectangle AR (*Fig.* 5.) avoit les côtés OA, AK, chacun de 2 toises, 2 pieds & 3 pouces ; il faudroit multiplier les 2 toises AD par les deux toises AC, qui produiroient 4 toises quarrées pour le quarré AB.

Multiplier les 2 toises AD par les 2 pieds CF, de même que les 2 toises AC par les deux pieds DH, qui produiroient 8 pieds sur toises, c'est-à-dire,

une toiſe quarrée & 2 pieds ſur toiſe, pour les deux rectangles BF, BH.

Multiplier les deux pieds DH par les deux pieds CF, qui produiroient quatre pieds quarrés pour le contenu du rectangle EG.

Multiplier les deux toiſes AD par les 3 pouces FK, de même que les deux toiſes AC par les trois pouces HO, qui produiroient 12 pouces ſur toiſes, c'eſt-à-dire, un pied ſur toiſe pour les deux rectangles EK, GO.

Multiplier les deux pieds DH par les 3 pouces FK, & les deux pieds CF, par les trois pouces HO, qui produiroient 12 pouces courans ſur pieds, c'eſt-à-dire, un pied quarré pour le contenu des deux rectangles IL, IM.

Multiplier enfin les trois pouces HO, par les 3 pouces FK, qui produiroient 9 pouces quarrés pour le contenu du petit quarré IR; & l'addition de tous ces produits étant faite, on trouveroit que le quarré AR contiendroit 5 toiſes, 23 pieds & 9 pouces quarrés.

AD 2 toiſes, DH 2 pieds, HO 3 pouces.
AC 2 toiſes, CF 2 pieds, FK 3 pouces.

Pour éviter toutes ces différentes multiplications de toiſes, par pieds & par pouces, qui effectivement ſont fort embarraſſantes, on pourroit réduire les 2 toiſes AD & les 2 pieds DH en pouces; tout le côté AO ſe trouveroit avoir 171 pouces: & AK lui étant égal, il n'y auroit qu'à multiplier 171 par 171; le produit feroit 29241 pouces quarrés, deſquels ayant tiré les pieds, & des pieds les toiſes, on trouveroit comme ci-deſſus, 5 toiſes, 23 pieds & 9

pouces quarrés, pour le contenu du rectangle AR.

PROPOSITION II.

Trouver l'aire du parallélogramme EFGH. (Fig. 6.)

Multipliez la base EF, par la perpendiculaire EN, (8 par 3;) & le produit 24, qui sera l'aire du parallélogramme EFLN, (*suivant la premiere*) sera aussi l'aire du parallélogramme proposé, (*suivant la* 40 *du* 2.)

PROPOSITION III.

Trouver l'aire du triangle ABC. (Fig. 7.)

Multipliez la base AB par la moitié de la perpendiculaire CD, c'est-à-dire, 6 par 4, ou la perpendiculaire par la moitié de la base (8 par 3;) & le produit 24 sera l'aire du triangle (*suivant la* 3 *& la* 6 *du* 4.)

PROPOSITION IV.

Trouver l'aire du quadrilatere GL, *dont les côtés* GH, IL *sont paralleles.* (Fig. 8.)

Mesurez les côtés paralleles IL, GH, la perpendiculaire NI, & supposé que IL se trouve être de 12 toises, GH de 26, NI de 14.

Joignez les 12 toises du côté IL, aux 26 de la base GH, comme si vous aviez à réduire le quadrilatere en triangle GIM (*suivant la* 2 *du* 4).

Multipliez la base GM par la moitié de la perpendiculaire NI; c'est-à-dire, 38 par 7; & le produit 266 toises quarrées sera l'aire du triangle IGM (*sui-*

vant la 3,) & par conféquent du quadrilatere propofé, qui lui eft égal.

PROPOSITION V.

Trouver l'aire du quadrilatere ABCD. (Fig. 9.)

Mefurez la diagonale AC, les perpendiculaires DE, BF, & fuppofez que ces lignes fe trouvent être, la premiere de 20 toifes, la deuxieme de 12, & la troifieme de 10.

Multipliez AC par la moitié de la perpendiculaire DE, le produit 120 fera l'aire du triangle ACD.

Multipliez auffi AC par la moitié de BF, le produit 100 fera l'aire du triangle ABC (*fuivant la* 3).

Additionnez ces deux produits, & leur fomme 220 toifes quarrées fera l'aire du quadrilatere propofé.

On trouvera les mêmes 220 toifes en multipliant la fomme des deux perpendiculaires BF, DE, qui eft 22, par 10, moitié de la ligne AC.

PROPOSITION VI.

Trouver l'aire d'un poligone régulier. (Fig. 10.)

Multipliez la perpendiculaire AB par la moitié de la bafe CD; & vous aurez l'aire du triangle ACD.

Multipliez l'aire de ce triangle par le nombre des triangles du poligone, & le produit fera le requis.

Autrement. Multipliez les fix côtés du poligone par la moitié de la perpendiculaire AB; ou toute la perpendiculaire AB, par la moitié des côtés (*fuivant la* 17 *du* 4).

PROPOSITION VII.

Trouver l'aire d'un poligone irrégulier. (Fig. 11.)

Divifez le poligone par triangles.

Mefurez chaque triangle (*par la* 3,) & faites une addition du tout.

Autrement. Réduifez le poligone en triangle NMS (*par la* 18 *ou* 19 *du* 4,) puis multipliez la perpendiculaire NO par PS, moitié de la bafe MS.

PROPOSITION VIII.

Trouver l'aire d'un cercle. (Fig. 12.)

Multipliez la demi-circonférence ACB, par le rayon CD ; le produit fera l'aire du cercle.

Si le cercle ABC *étoit réduit en triangle* DEF (*par la* 43 *du* 4) *la bafe* EF *feroit égale à la circonférence du cercle ; &* CF, *moitié de* EF, *le feroit à la demi-circonférence* ACB ; *ainfi*, DC *multipliée par* CF, *donneroit le même produit qu'elle donneroit étant multipliée par la demi-circonférence : le produit de* CD *multiplié par* CF, *feroit l'aire du triangle* (*fuivant la* 3 ;) *donc le produit de* CD *multiplié par la demi-circonférence, eft l'aire du cercle ; autrement, le cercle & le triangle ne feroient pas égaux.*



PROPOSITION IX.

La valeur du diametre d'un cercle étant donnée, trouver la valeur de la circonférence.

On remarque que le diametre eſt à la circonférence de ſon cercle à peu près comme 7 à 22 : ainſi, ſuppoſé que le diametre propoſé ſoit de 28 pouces, vous trouverez la valeur de la circonférence demandée par une regle de proportion, en diſant :

Si 7 donnent 22, combien 28 ; le produit 88 ſera la valeur requiſe.

PROPOSITION X.

Meſurer le demi-cercle DOF. (Fig. 13.)

Multipliez l'arc DO, moitié de la demi-circonférence DOF, par le rayon DS.

PROPOSITION XI.

Trouver l'aire du ſecteur POR. (Fig. 13.)

Multipliez le rayon PS, par OP, moitié de l'arc POR. Ou bien, multipliez tout l'arc POR par la moitié du rayon PS.

PROPOSITION XII.

Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle ABC. (Fig. 14.)

Cherchez l'aire du ſecteur ABCD (*par la précédente*,) puis l'aire du triangle ACD (*par la* 3.)

PROPOSITION XIII.

Trouver l'aire du petit ſegment EFG. (Fig. 15.)

Tirez au centre de l'arc les rayons EH, GH.

Cherchez l'aire du ſecteur HEFG (*par la* 11.)

Otez de ce ſecteur l'aire du triangle EGH, le reſte fera l'aire du ſegment propoſé.

PROPOSITION XIV.

Trouver l'aire de l'ovale AF. (Fig. 16.)

Meſurez les ſecteurs ACBI, DEFL, BHFN, AGDM (*par la* 11.)

De la ſomme de ces quatre ſecteurs, retranchez l'aire du lozange CGLH qui eſt commun aux deux grands ſecteurs; & ce qui reſtera ſera l'aire de l'ovale.

Autrement. (*Fig.* 17.) Multipliez les deux diametres l'un par l'autre, 15 par 10; le produit ſera 150.

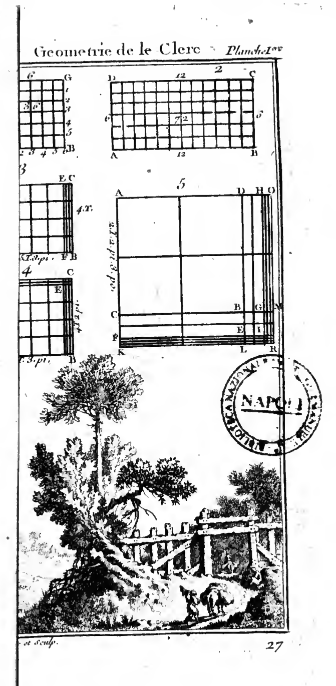
Multipliez cette ſomme 150 par 11, & diviſez le produit 1650 par 14; le quotient $117\frac{6}{7}$ ſera à peu près l'aire de l'ovale.

PROPOSITION XV.

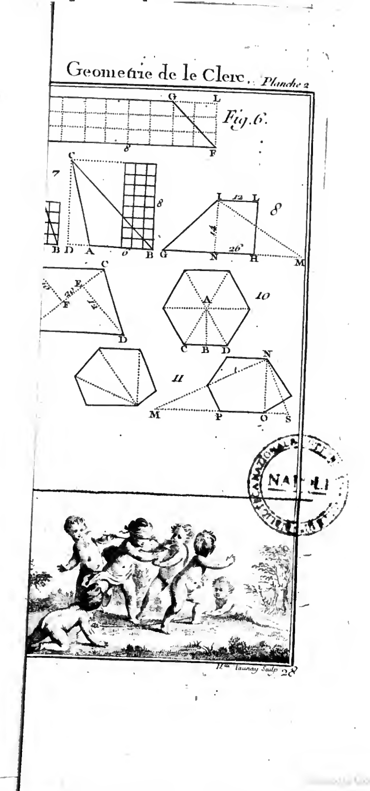
Trouver l'aire d'un terrein dont le contour eſt ondoyant. (Fig. 18.)

Il faut rectifier les ondoyemens de ce terrein par pluſieurs lignes droites que l'on conduira avec cette diſcrétion, qu'elles laiſſent d'un côté le plus exactement qu'il ſera poſſible, la valeur du terrein qu'elles retrancheront de l'autre; puis trouver le requis par la 7.

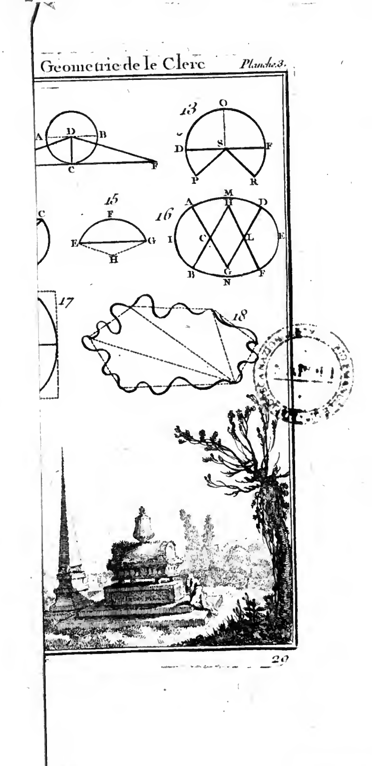
CHAP.


Geometrie de le Clerc
Planche 1re
et Sculp.
27

Geometrie de le Clerc. *Planche 2*



Hta launay Sculp. 28


13
O
A
D
B
D
S
F
C
F
P
R
15
F
C
E
G
H
16
M
A
H
D
I
C
L
E
B
G
F
N
17
18



CHAPITRE VIII.

De la Trigonométrie, ou du calcul des triangles rectilignes.

Les Propositions de ce Chapitre sont de trouver, par le calcul, quelque terme dans un triangle comme un côté ou un angle qu'on ne peut mesurer, ou du moins qu'on suppose ne pouvoir être mesuré actuellement.

Pour trouver dans un triangle la valeur d'un angle ou d'un côté, par le calcul, il faut avoir trois autres termes connus dans le même triangle, comme

Deux côtés & un angle, ou
Deux angles & un côté, ou
Trois côtés.

Sachez de plus, que les angles n'entrent en aucun calcul analogique par le nombre de leurs degrés ; mais par ces nombres ou ces lignes qu'on appelle Sinus, Tangentes & Sécantes ; & c'est de ces lignes qu'il faut d'abord vous donner une connoissance par une figure Géométrique.

Soit le demi-cercle ABD, (Fig. 1.) *le rayon* CD *perpendiculaire sur* CB, *le point* E *pris à volonté dans la circonférence, la perpendiculaire* EF, *la parallele* EH, *& la ligne* CG *rencontrant la perpendiculaire* BG ;

La ligne CD ou CB eſt le ſinus total, ou le ſinus de l'angle droit BCD.

La ligne EF eſt le ſinus droit des angles BCE, ECA.

La ligne EH eſt le ſinus de complément. *Son arc* DE *avec l'arc du ſinus droit* BE, *fait le quart de cercle.*

La ligne BG eſt la tangente de l'angle BCE.

Et la ligne CG eſt la ſécante du même angle BCE.

Que ſi l'on ſuppoſe autant de ſinus droits EF, *& autant de tangentes & de ſécantes qu'il y a de minutes dans le quart de cercle* BD, *il eſt évident que ce ſeront autant de lignes de différentes longueurs, qui ſeront d'autant plus courtes, que le point* E *ſera plus éloigné du ſinus total* CD; *& que faiſant valoir ce ſinus total* 100000, *ou* 10000000 *de parties égales, les autres lignes ſeront toutes de valeur différentes, répondant aux différentes ouvertures des angles dont elles ſeront ou les ſinus, ou les tangentes, ou les ſécantes : & c'eſt de ces divers ſinus, tangentes & ſécantes qu'on a compoſé des Tables, dont nous allons vous expliquer l'ordre, pour venir enſuite à leur uſage.*

Il y a ordinairement deux Tables pour un dégré; ainſi chaque Table eſt de 30 *minutes.*

Une Table a ſix colonnes: la premiere contient les minutes avec les dégrés marqués au haut ou au bas.

La ſeconde contient les ſinus qui répondent par ordre aux minutes.

La troiſieme contient les tangentes, & la quatrieme les ſécantes.

Les deux autres colonnes ſont compoſées de ces ſinus & tangentes, qu'on appelle logarithmes.

Ces Tables, qui occupent chacune une page, ſont

accouplées de maniere que les ſinus, tangentes & ſécantes de l'une, ſont les ſupplémens des ſinus, tangentes & ſécantes de l'autre ; c'eſt-à-dire, que prenant un ſinus dans la Table de la main droite, celui qui eſt vis-à-vis dans la Table de la main gauche, eſt ſon ſinus de ſupplément ; qu'au contraire, prenant un ſinus dans la Table de la main gauche, celui de la droite, en ſera le ſupplément ; de ſorte que les angles des deux ſinus qui ſe regardent, valent ordinairement, pris enſemble, un angle droit : la même choſe doit s'entendre des tangentes & des ſécantes.

Toutes les Tables de la main gauche vont de degrés en degrés, depuis un juſqu'à quarante-cinq ; & celles qui ſont à droite, continuent auſſi de degrés en degrés, juſqu'à quatre-vingt-dix ; mais en rétrogradant de la fin du livre vers le commencement : de maniere que la premiere & la derniere Table ſe trouvent à l'entrée du Livre, vis-à-vis l'une de l'autre.

Tout cela étant expliqué, il ne vous ſera pas difficile de trouver dans ces Tables le ſinus, la tangente ou la ſécante d'un angle propoſé ; non plus que d'y trouver la valeur d'un angle par ſon ſinus, ſa tangente ou ſa ſécante. On demande, par exemple, le ſinus de 30 dégrés 15 minutes ; il n'y a qu'à voir dans la Table de 30 degrés, à côté de 15 minutes ſe trouvera le ſinus demandé 50377. Et au contraire, parce que ce nombre 50377 ſe trouve dans la colonne des ſinus à côté de 15 minutes & dans la Table de 30 dégrés, vous concluez qu'il eſt le ſinus d'un angle de 30 dégrés 15 minutes, & ainſi des tangentes & des ſécantes.

PROPOSITION I.

La valeur des deux angles A & B *du triangle* ABC *étant connue, trouver la valeur du troisieme.* (Fig. 2.)

Que l'angle A soit de 40 dégrés, & l'angle B de 60. Les deux joints ensemble feront la somme de 100.

Tous les trois angles A, B, C, en valent, pris ensemble, 180 (*par la* 29 *du* 2.)

Otez 100 de 180, restera 80 degrés pour l'angle C.

A, B, C	180
A, B	100
C	80

Usage des Sinus.

PROPOSITION II.

La valeur des angles A & B, & *du côté* AC *étant connue, trouver celle du côté* BC. (Fig. 2.)

Prenez dans les Tables le sinus de l'angle B, & celui de l'angle A; le premier sera 86603, & le deuxieme 64279 : faites ensuite une regle de proportion, disant :

Si le sinus de l'angle B, 86603, *donne* 20 *toise*

pour le côté opposé AC ; *que donnera le sinus de l'angle* A, 64279, *pour le côté opposé* BC ?

La régle faite, vous aurez pour le côté BC, 14 toises & plus, & les mêmes 14 toises se trouveront aussi par cette autre analogie.

Comme le sinus de l'angle B	86603
au sinus de l'angle A	64279
ainsi le côté AC	...20
au côté BC	...14

Que si vous desirez venir à une plus grande précision, c'est-à-dire, si vous voulez avoir plus exactement la valeur du côté BC, sous-divisez les 20 toises du côté AC en pieds, & même en pouces & en lignes, s'il est nécessaire; & au lieu de 20 toises, mettez 120 pieds, ou 1440 pouces, ou 17280 lignes que valent les 20 toises AC: & la regle faite, comme ci-dessus, le côté CB se trouvera valoir 14 toises, 5 pieds, 9 lignes, & encore quelque chose de plus.

Pour avoir la valeur du côté AB, il faudra chercher celle de l'angle C, qui se trouvera de 80 degrés (*par la* 1,) & faire ensuite cette analogie.

Comme le sinus de l'angle B	86603
au sinus de l'angle C	98481
ainsi le côté AC	...20
au côté demandé AB	...22

PROPOSITION III.

La valeur des côtés BC, AC, *& de l'angle* A *étant connue, trouver celle de l'angle* B. (Fig. 3.)

Cherchez le ſinus de l'angle A, & l'ayant trouvé de 45399, faites la regle de proportion, en cette ſorte :

Si le côté BC *de* 30 *toiſes, donne* 45399, *pour le ſinus de l'angle* A ; *que donnera* AC *de* 50 *toiſes pour le ſinus de l'angle* B ?

La regle faite, vous aurez 75661 pour le ſinus demandé.

Cherchez ce ſinus dans les Tables, & vous trouverez qu'il eſt d'un angle de 49 degrés 10 minutes.

On peut faire auſſi l'analogie ſuivante

Comme le côté BC *de* 30, *au côté* AC	*de* 50
ainſi le ſinus de l'angle A	45399
au ſinus de l'angle B	75661

PROPOSITION IV.

Trouver la valeur du côté BC *oppoſé à l'angle* A, *qui eſt obtus.* (Fig. 4.)

Le ſinus BE eſt commun aux deux angles BAC, BAD ; d'où il s'enſuit qu'il peut être pris indifféremment pour l'aigu BAD, de 50 degrés, comme pour l'obtus BAC de 130 ; mais il faut obſerver qu'il ne peut être trouvé dans les Tables que par la valeur de l'angle aigu, les degrés des Tables n'allant pas au-delà de 90 ; c'eſt pourquoi le ſinus

76604, que nous prenons ici pour l'angle obtus BAC, doit être cherché par les 50 degrés de l'angle aigu BAD : cela connu, faites votre analogie à l'ordinaire, disant :

Si le sinus de l'angle D, 42262 *donne* 20 *pour le côté* AB ; *que donnera le sinus de l'angle* BAD, 76604 ?

La regle faite, le côté BC se trouvera valoir $36 \frac{10648}{42231}$.

Usage des Tangentes & Sécantes.

PROPOSITION V.

L'angle A *étant droit, & l'angle* B *connu, avec le côté d'entre-deux, donner la valeur de la perpendiculaire* AC *& de l'hypotenuse* BC. (Fig. 5.)

Supposé l'arc AE, décrit du point B, la perpendiculaire AC sera tangente, BC sécante, & la base AB sinus total.

Cherchez dans les Tables la tangente & la sécante de l'angle B, vous trouverez 70021 pour l'une, & 122077 pour l'autre : puis faites les analogies suivantes, qui produiront la valeur des lignes AC, BC.

Premierement, *comme le finus total*	100000
à la tangente	70021
De même la bafe AB	 10
à la perpendiculaire AC	 7
Secondement, *comme le finus total*	100000
à la fécante	122077
Ainfi la bafe AB	 10
à l'hypotenufe BC	 12

Autrement :

Comme le finus total 100000, *à la bafe* AB, 10 : *ainfi la tangente* 70021, *à la perpendiculaire* AC, 7. *Et la fécante* 122077, *à l'hypotenufe* BC, 12.

PROPOSITION VI.

Les côtés AB, AC *compofant un angle droit étant connus, trouver l'hypotenufe* BC. (Fig. 6.)

Suppofé le côté AB de 40 toifes, & le côté AC de 30.

Multipliez AB par lui-même, c'eft-à-dire, 40 par 40, le produit 1600 fera fon quarré.

Multipliez auffi 30 par 30, & le produit 900, fera le quarré du côté AC (*fuivant la* 1 *du* 7.)

Additionnez ces deux quarrés, & de leur fomme 2500, tirez la racine quarrée, qui fera la valeur de l'hypotenufe BC (*par la* 45 *du* 2.)



PROP.

PROPOSITION VII.

L'hypotenuse BC *étant connue, avec la jambe* AC, *trouver l'autre jambe* AB, *qui fait l'angle droit* BAC. (Fig. 7.)

Otez du quarré de BC, le quarré de AC, je veux dire ôtez 900 de 2500 ; restera 1600, dont la racine quarrée 40 sera la grandeur de la jambe AB.

PROPOSITION VIII.

Les côtés AB, AC, *composant l'angle droit* A, *étant connus, trouver les deux angles* B & C. (Fig. 8.)

Supposez que AC soit sinus total & AB tangente.

Comme la jambe AC, 50 ; *à la jambe* AB, 40 : *Le sinus total* AC 100000, *à la tangente* AB 80000.

Cherchez cette tangente 80000, & l'ayant trouvée dans la Table de 38 degrés, à côté de 40 minutes, concluez que l'angle C est de 38 degrés 40 minutes.

La valeur de l'angle B pourroit être trouvée de la même sorte en posant AC pour tangente, & AB pour sinus total; mais elle vous sera connue plus aisément par la premiere Proposition.



PROPOSITION IX.

L'angle A *& les côtés qui le composent étant connus, trouver les autres angles.*

(Fig. 9.)

Les trois angles d'un triangle, mis ensemble, valent 180 degrés; ainsi l'angle A de 30 degrés étant soustrait de 180, reste pour les angles B & C 150; dont la moitié 75 a pour tangente 373205 : cela connu, faites l'analogie suivante.

Comme la somme des côtés connus AB, AC	70
à leur différence	 10
ainsi la tangente de 75 *degrés*	373205
à une tangente demandée	53315

Chercher dans les Tables cette tangente 53315, & vous trouverez que son angle sera de 28 degrés 4 minutes.

Joignez ces 28 degrés 4 minutes, à 75 degrés, moitié de la somme des angles inconnus, & vous aurez 103 degré 4 minutes, pour l'angle C, opposé au plus grand côté AB.

Otez aussi ces 28 degrés 4 minutes, des mêmes 75 degrés, & le reste 46 degrés 56 minutes, sera la valeur de l'angle B.

PROPOSITION X.

L'angle B *étant connu, avec les côtés qui le composent, trouver la perpendiculaire* CE. (Fig. 10.)

Supposez la perpendiculaire AD, & le côté BC, continué jusqu'en D; si on prend AB pour sinus

total, BD fera fécante de l'angle B.

Cherchez dans les Tables la fécante de 60 degrés, elle fe trouvera de 200000. *Or*,

Comme le finus total AB *de* 100000, *à* AB *de* 40 :
La fécante BD *de* 200000, BD *de* 80 (*par la* 5.)
Et comme BD *de* 80, *à* BC *de* 40 :
Ainfi AB *de* 40, *à* BE *de* 20.

Donc comme BC à CD, BE à EA (*par la* 52 *du* 2.)

Et AD étant perpendiculaire, EC l'eft auffi (*par la* 57 *du* 2.)

Enfin, ayant encore pofé BE pour finus total, vous trouverez que

Comme le finus total BE	100000
à la tangente EC	173205
Ainfi la bafe BE	20
à la perpendiculaire EC	$34\frac{641}{1000}$.

PROPOSITION XI.

L'angle B & *les côtés* AB, BC *étant connus, trouver la perpendiculaire* CE. (Fig. 11.)

Que la ligne AD foit perpendiculaire, & AB finus total : BD fera fécante de l'angle B. Cela établi, faites

Comme AB, *finus total*,	100000
à la fécante BD	200000
Ainfi la bafe AB	20
à l'hypotenufe BD	40

de plus,

Comme BD, 40 ; *à* BC, 80 :
AB, 20 ; *à* BE, 40 :

Et posant encore BE pour sinus total,

Comme BE, *sinus total*	100000
à CE, *tangente de l'angle* B	173205
Ainsi la base BE	40
à CE, *qui est la perpendiculaire demandée*	..$96\frac{141}{500}$.

PROPOSITION XII.

Les trois côtés du triangle ABC *étant connus, trouver la valeur de l'angle* C.

(Fig. 12.)

Supposé que AB soit de 10 toises, AC de 6, & BC de 8 : la différence des côtés AC, BC, qui composent l'angle C, sera de 2.

Multipliez 10 par 10, le produit 100 sera le quarré du côté AB, opposé à l'angle C.

Otez du quarré de AB, le quarré de la différence des côtés AC, BC ; c'est-à-dire, ôtez 4 de 100, restera 96, ausquels ajoutez 5 zeros, qui feront 9600000.

Multipliez les côtés AC, BC l'un par l'autre ; je veux dire 6 par 8, & le produit 48 étant doublé, donnera 96.

Divisez, enfin, les 9600000 par ces 96, viendra le sinus total 100000; d'où vous conclurez que l'angle C est droit.



PROPOSITION XIII.

Les trois côtés du triangle ABC *étant connus, trouver la valeur de l'angle* A, *qui est obtus.* (Fig. 13.)

Le quarré de la différence des côtés AB, AC, c'est-à-dire un, étant soustrait du quarré de BC, 81, reste 80, lesquels joints à cinq zeros, font 8000000.

Les côtés AB, AC multipliés l'un par l'autre, produisent 30, dont le double est 60.

Les 8000000 divisez par 60 donnant 133333, desquels l'unité retranchée, c'est-à-dire, le sinus de l'angle droit, reste 33333, sinus d'un angle de 19 dégrés 28 minutes; d'où nous connoissons que l'angle A vaut, outre l'angle droit, 19 degrés 28 minutes, & que par conséquent il est de 109 degrés 28 minutes.

PROPOSITION XIV.

On demande la valeur de l'angle A *qui est aigu.* (Fig. 14.)

Le quarré du côté BC opposé à l'angle A est 36.

Le quarré de la différence des côtés AB, AC est 4.

Quatre soustrait de 36, reste 32; & cinq zeros ajoutés font 3200000.

Les côtés AB, AC, multipliés l'un par l'autre, produisent 80, dont le double est 160.

Les 3200000 divisés par 160, donnent 20000, lesquels soustraits du sinus total 100000, reste le sinus 80000, lequel étant trouvé dans la Table

de 53 degrés, son supplément 59995, qui est le sinus vis-à-vis, est celui de l'angle A, 36 degrés 52 minutes.

Usage des Logarithmes.

PROPOSITION XV.

Les angles A, B, *& le côté* BC *étant connus, trouver, par les Logarithmes, la valeur du côté* AC. (Fig. 15.)

L'usage des sinus & tangentes-logarithmes, differe de l'usage des autres sinus & tangentes, en ce que les analogies y sont résolues seulement par additions & soustractions, & sans qu'on y pose jamais pour termes, aucune somme de toises, pieds ou pouces. C'est-à-dire, que de même qu'on met un sinus ou une tangente-logarithme pour le nombre des degrés & minutes d'un angle, on met aussi un logarithme pour le nombre des toises, pieds ou pouces qu'une ligne peut valoir.

Les nombres & leurs logarithmes sont par colonnes dans les Tables qui suivent celles des sinus.

On cherche dans les nombres celui qui est donné pour la valeur d'une ligne, & à côté se trouve son logarithme.

Ayant donc trouvé dans les Tables, les sinus logarithmes 977946, 991857, pour les angles A & B: & le logarithme 138021, pour le côté CB de 24 toises, il faut faire la regle de proportion suivante.

Si le sinus logarithme de l'angle A	977946
donne le logarithme du côté BC	138021
que donnera le sinus logarithme de l'angle B	991857

Ajoutez le deuxieme terme de l'analogie au troisieme, & de leur somme 1129878, ôtez le premier, le reste sera le logarithme demandé, 151932.

Cherchez ce logarithme dans les Tables des logarithmes, & l'ayant trouvé à côté du nombre 33; dites que 33 est la valeur du côté AC.

On peut examiner par ces calculs certaines Propositions qui sont sans preuves, & qui semblent être justes dans la pratique, telles que sont les Propositions 23, 24 & 25 du troisieme Chapitre, que je n'ai avancé qu'à dessein d'en faire l'examen en cet endroit.

Examen de la Proposition 23 du Chapitre 3.

PROPOSITION XVI.

Nous disons que l'arc DF *coupé suivant la 23 du 3, est à-peu-près la septieme partie de la circonférence du cercle; on veut sçavoir en quoi consiste cet à-peu-près.* (Fig. 16.)

Tirez les droites AD, BD, le triangle ABD sera équilatéral (*par la 12 du* 3,) & ses angles étant égaux, ils seront chacun de 60 degrés.

Posez BC pour sinus total 100000, l'angle B, qui est de 60 degrés, donnera 200000 pour la sécante BD, & 173205 pour la tangente CD.

Les droites AD, AF, qui sont égales à la sécante BD, seront donc chacune de 200000, & DF, que nous avons coupée égale à la tangente CD, sera de 173205.

Les trois côtés du triangle ADF étant connus, cherchez la valeur de l'angle DAF (*par la* 14;) elle se trouvera de 51 degrés 19 minutes.

L'angle au centre d'un eptagone est de 51 degrés 25 minutes & quelques secondes (*par la* 18 du 3.) Donc l'arc DF est trop petit de 6 minutes & quelques secondes.

Examen de la Proposition 24 du Chapitre 3.

PROPOSITION XVII.

On dit que l'arc DH *coupé suivant la 24 du 3, est à peu-près la neuvieme partie de son cercle; nous voulons sçavoir s'il est plus grand ou plus petit, & de combien.* (Fig. 17.)

Le triangle EFG est équilatéral, ainsi l'angle GEF est de 60 degrés, & l'angle droit AEF lui étant joint, l'angle GEA est de 150 degrés.

La ligne GE, coupée égale au rayon AB, est double de sa moitié AE; supposant AE valoir un certain nombre de parties égales, par exemple 200, GE sera de 400.

Les deux côtés GE, AE étant connus, avec l'angle d'entre deux AEG, l'angle GAE se trouvera valoir 20 dégrés 6 minutes (*suivant la* 9.

Otez l'angle GAE de l'angle DAE; je veux dire, ôtez 20 degrés 6 minutes de 60 degrés, restera

reſtera 39 degrés 54 minutes pour l'angle DAH.

L'angle du centre dans l'ennéagone eſt de 40 degrés ; donc l'angle DAH, ou ſon arc DH eſt trop petit de 6 minutes.

Examen de la Propoſition 25 du Chapitre 3.

PROPOSITION XVIII.

Supposé le ſegment de cercle AGB *décrit ſur la droite* AB, *ſuivant la 25 du 3. On veut ſavoir la différence qu'il y a entre l'angle* AFB *& le vrai angle, au centre d'un ennéagone régulier.* (Fig. 18.)

Supposé les droites AD, BD, BE, AF : l'angle ABD eſt de 60 degrés, ſa moitié DBE de 30 ; & 30 ôtés de 180, valeur des trois angles du triangle iſoſcele DBE ; reſte 150, ou plutôt 75 pour chacun des angles EDB, DEB.

Que ſi vous ſuppoſez BD valoir 100000 parties égales, la droite DE ou ſon égale DF ſera de 51763 (*par la* 2.)

De plus, l'angle BDC eſt de 30 degrés, & ſon ſupplément BDF de 150 (*par la* 18 *du* 2.)

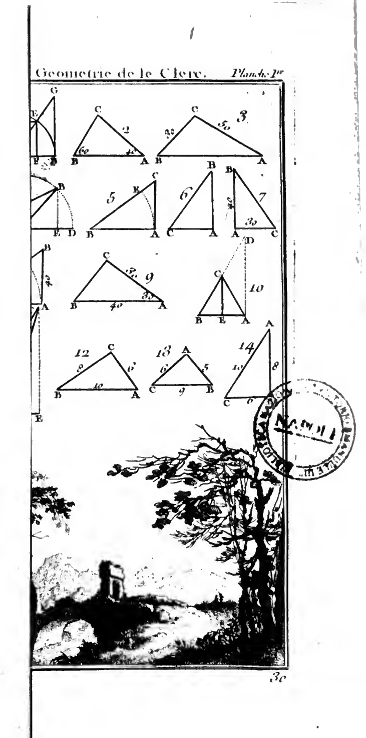
La valeur de DB, de DF, & de l'angle BDF étant connue, l'angle BFC ſe trouvera de 19 degrés 52 minutes (*par la* 9,) & le double AFB de 39 degrés 44 minutes.

L'angle du centre dans l'ennéagone eſt de 40 degrés ; l'angle AFB eſt trop petit de 16 minutes.





/


G
E
F
D
C
2
60
40
B
A
C
3
30
50
B
A
B
E
D
C
E
5
B
A
B
6
C
A
B
7
40
30
A
C
B
40
A
C
30 9
30
B
40
A
D
C
10
B
E
A
C
12
8
6
10
B
A
13
A
6
5
C
9
B
A
14
10
8
C
6
E

3e

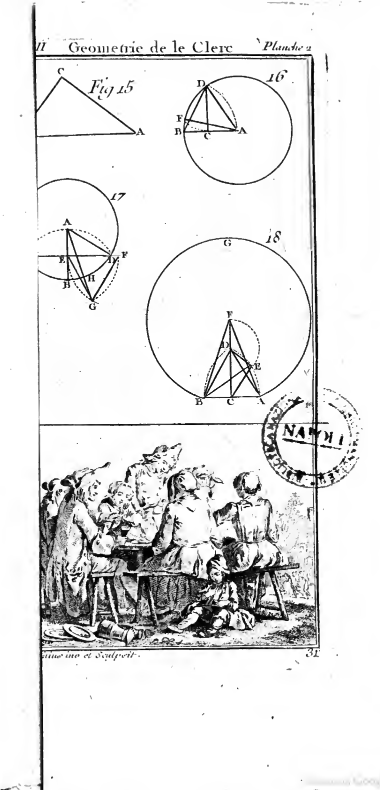
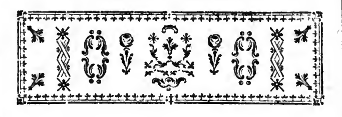


Fig 15
C
A
16
D
F
B
C
A
17
A
E
D
F
H
B
G
18
G
F
D
E
B
C
A
...tino inv et Sculpsit.
31



CHAPITRE IX.

Des Corps ou Solides.

DÉFINITIONS.

1. LE Corps eſt une quantité étendue en longueur, largeur & profondeur.

2. Le corps eſt régulier quand une moitié eſt ſemblable & égale à l'autre ; & il eſt régulier en tous ſens, lorſque toutes ſes parties ſont égales & ſemblables.

On compte ſeulement ſix Corps parfaitement réguliers : le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodécaëdre, l'Icoſaëdre & la Sphere, dans laquelle les cinq premiers ſont inſcriptibles.

3. Le tetraëdre eſt terminé par quatre triangles équilatéraux de même grandeur. (*Fig.* 1.)

4. L'exaëdre, ordinairement nommé cube, ou dé, eſt borné de ſix plans ou ſurfaces quarrées & égales. (*Fig.* 2.)

5. L'octaëdre eſt contenu ſous huit triangles égaux & équilatéraux. (*Fig.* 3.)

6. Le dodécaëdre eſt compris ſous douze pentagones réguliers & égaux. (*Fig.* 4.)

7. L'icosaëdre eſt de vingt ſurfaces triangulaires, égales & équilatérales. (*Fig.* 5.)

Les figures A, B, C, D, E, *montrent comme on peut couper de la carte, pour faire en relief ces cinq premiers corps.*

8. La ſphere eſt compriſe ſous une ſeule ſurface, vers laquelle toutes les lignes tirées du centre ſont égales.

9. Le diametre ſur lequel la ſphere tourne eſt nommé axe ou eſſieu. (*Fig.* 6.)

Les autres corps que les Géometres conſiderent particuliérement, ſont le parallélipipede, le priſme, la piramide & le ſphéroïde.

10. Le parallélipipede eſt un corps compris ſous ſix parallélogrammes, dont les oppoſés ſont paralleles & égaux. (*Fig.* 7.)

11. Le priſme eſt un corps réguliérement & également compris entre deux ſurfaces ſemblables, paralleles & égales.

12. Le priſme eſt dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, &c. ſuivant la figure des plans A & B, entre leſquels il eſt compris. (*Fig.* 8.)

13. Le priſme eſt appellé cylindre lorſqu'il eſt rond en maniere de colonne. (*Fig.* 9.)

14. Si un cylindre poſé ſur un plan de niveau ſe trouve à plomb, comme AB (*Fig.* 9.), il eſt compris entre deux cercles; mais s'il ſe trouve incliné, comme EF, il eſt compris entre deux ovales.

15. L'axe du cylindre eſt une ligne qui paſſe par les centres des plans oppoſés A, B, & ſur laquelle ce corps eſt ſuppoſé tourner, ou pouvoir tourner.

16. La pyramide eſt un corps dont les parties, en s'élevant ſur une baſe, vont ſe réunir à un point qu'on nomme ſommet. (*Fig.* 10.)

17. La pyramide prend auſſi une dénomination de la figure de ſa baſe : on la nomme triangulaire, quadrangulaire, ou pentagonale ; ſi ſa baſe eſt un triangle, un quarré, ou un pentagone.

18. Le cône eſt une pyramide qui a un cercle pour baſe lorſqu'il eſt droit ſur ſon plan, ou une ellipſe, s'il eſt incliné comme le cône B. (*Fig.* 11.)

19. Le corps ſphéroïde eſt une ſphere alongée ou oblongue. (*Fig.* 12.)

20. Le ſphéroïde elliptique eſt de la figure d'un œuf.

Tous les autres corps ſont composés des précédens.

21. Le devis géométrique, ou perſpectif d'un corps, eſt une deſcription qu'on fait de toutes ſes dimenſions & meſures; ou par le moyen de deux deſſeins, le premier nommé plan ou ichnographie, & le deuxieme, élévation ou ortographie, ou par un ſeul, appellé ſcénographie.

22. Le plan, ou l'ichnographie, eſt une figure plane, qui repréſente les dimenſions horiſontales du corps. (*Fig.* 13.)

Comme une figure AB, *qui ſeroit produite ſur le pavé* CD, *par les à-plombs abaiſſés de toutes les parties du corps* L.

23. L'élévation ou l'ortographie eſt la figure plane qui repréſente les dimenſions verticales; je veux dire les hauteurs du corps.

Comme ſeroit une figure E, *décrite par des paral-*

leles horisontales conduites de toutes les parties du corps L, *jusqu'au plan ou surface verticale* CD.

24. Une élévation est donnée quelquefois en deux desseins ; l'un appellé face, & l'autre coupe. Les parties extérieures du corps se voient dans le premier, & les intérieures dans le deuxieme.

25. On appelle profil, le contour ou les extrêmités d'une coupe. (*Fig.* 15.)

DEF *est la face*, GNM *est la coupe*, & KLM *le profil.*

26. La scénographie est un dessein qui représente le corps entier avec toutes ses dimensions, hauteur, largeur & profondeur.

Ce dessein est géométrique, si toutes ses lignes peuvent être mesurées avec une échelle commune ; & perspectif, si elles ne peuvent l'être que par des échelles de perspective, le corps étant représenté tel qu'il est vu d'un coup-d'œil, ou comme il seroit apperçu d'un seul endroit. (*Fig.* 16.)

N *est un cube géométrique*, & O *un cube perspectif.*

27. Talud, est la pente qu'on donne à un corps pour le soutenir. *Comme la pente* LM. (*Fig.* 15.)

28. Lever le plan d'un corps, d'une tour, par exemple, c'est décrire la figure du terrein qu'elle occupe sur le niveau de ses fondemens. (*Fig.* 17.)



Du Toisé des Solides.

On mesure les solides par toises cubes, & par parties de toises cubes.

La toise cube est un parallélipipede rectangle qui a six pieds de hauteur, six pieds de largeur, & six pieds de profondeur.

Ses parties sont le pied, le pouce & la ligne solide sur toise, sur pied & sur pouces quarrés. Le pied, le pouce & la ligne solide courant sur toise, sur pied & sur pouce. Le pied, le pouce & la ligne cube.

Le pied solide sur toise quarrée est un parallélipipede d'un pied d'épaisseur sur une toise quarrée.

Le pied solide courant sur toise, est un parallélipipede d'une toise de longueur, compris entre deux plans, chacun d'un pied quarré.

Six pieds solides sur toise quarrée, font une toise cube.

Six pieds solides courans sur toise, font un pied solide sur toise quarrée.

Six pieds cubes, font un pied solide courant sur toise.

Deux cens & seize pieds cubes, font une toise cube.

Le pouce solide sur pied quarré, est un parallélipipede d'un pouce d'épaisseur sur un pied quarré.

Le pouce solide courant sur pied, est un parallélipipede d'un pied de longueur, compris entre deux plans, chacun d'un pouce quarré.

Douze pouces solides sur pied quarré, font un pied cube.

Douze pouces solides courans sur pied, font un pouce solide sur pied quarré.

Douze pouces cubes, font un pouce solide courant sur pied.

Mille sept cent vingt-huit pouces cubes, font un pied cube.

La ligne solide sur pouce quarré est un paralléli-

pipede d'une ligne d'épaiſſeur ſur un pouce quarré.

La ligne ſolide courante ſur pouce, eſt un parallélipipede d'un pouce de longueur, compris entre deux plans, chacun d'une ligne quarrée.

Douze lignes ſolides ſur pouce quarré, font un pouce cube.

Douze lignes ſolides courantes ſur pouce, font une ligne ſolide ſur pouce quarré.

Douze lignes cubes, font une ligne ſolide courante ſur pouce.

Mille ſept cent vingt-huit lignes cubes, font un pouce cube.

AB, douze lignes ſolides ſur pouce quarré, faiſant un pouce cube. (*Fig.* 18.)

CD, douze lignes ſolides courantes ſur pouce, faiſant une ligne ſolide ſur pouce quarré. (*Fig.* 19.)

EF, douze lignes cubes, faiſant une ligne ſolide courante ſur pouce. (*Fig.* 20.)

G, une ligne cube. (*Fig.* 20.)

OBSERVATIONS.

Des ſurfaces multipliées par des lignes, produiſent des ſolides.

Des toiſes quarrées multipliées par des toiſes ſimples, produiſent des toiſes cubes.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds courans ſur toiſes, ou des toiſes quarrées multipliées par des pieds ſimples, produiſent des pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds quarrés, produiſent des pieds ſolides courans ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliés par des pieds courans ſur toiſes, produiſent auſſi des pieds ſolides courans ſur toiſes.

Des

Des pieds ſimples multipliés par des pieds quarrés, produiſent des pieds cubes.

Des pieds ſimples multipliés par des pouces courans ſur pieds, produiſent des pouces ſolides ſur pieds quarrés.

Des pieds quarrés multipliés par des pouces ſimples, produiſent auſſi des pouces ſolides ſur pieds quarrés.

Des pieds ſimples multipliés par des pouces quarrés, produiſent des pouces ſolides courans ſur pieds.

Des pouces ſimples multipliés par des pouces quarrés, produiſent des pouces cubes.

Il en eſt de même des pouces à l'égard des lignes.

PROPOSITION I.

Meſurer un Cube, ou un Parallélipipede.

Il faut multiplier toute ſa baſe par la hauteur du corps.

EXEMPLE.

Multipliez la baſe BD, (*Fig.* 21.) ou la ſurface oppoſée ſon égale AC, par la perpendiculaire AB; 9 pieds quarrés par trois pieds ſimples: le produit 27 pieds cubes, ſera le requis.

Les 9 pieds quarrés de la ſurface AECF, *ont chacun ſous ſoi une colonne compoſée de* 3 *pieds cubes, & trois fois* 9 *ſont* 27.

Pour avoir le contenu du parallélipipede GH, (*Fig.* 22.) il faut multiplier, comme ci-deſſus, les parties de la ſurface GI, par les parties de la per-

pendiculaire GN, 32 par 5 : & le produit 160 pieds cubes sera le requis.

Si le parallélipipede LM (*Fig.* 23.) avoit sa hauteur LN de trois toises, sa longueur OM de 2 toises 2 pieds, & sa largeur NO de 2 toises : il faudroit multiplier MO par OM, 2 toises 2 pieds, par 2 toises ; le produit seroit 4 toises quarrées, 4 pieds sur toises, pour la surface NM.

Multiplier cette surface NM par la hauteur LN, 4 toises quarrées, & quatre pieds sur toises, par 3 toises. Le produit seroit 12 toises cubes, & 12 pieds solides sur toises quarrées, qui seroient encore 2 toises cubes, lesquelles étant jointes aux 12, le corps LM se trouveroit contenir 14 toises cubes.

Toises quarrées.	pieds sur toises.
4	4
3	
12	12

Mais si AB (*Fig.* 24) étoit de 4 pieds, BC de 2 pieds 3 pouces, & CD de 3 pieds 4 pouces. Il faudroit premierement trouver le contenu de la surface BD qui seroit de 6 pieds quarrés, 17 pouces sur pieds, & 12 pouces quarrés. *Puis*,

Multiplier les 6 pieds de la surface par les 4 de la hauteur, le produit seroit 24 pieds cubes.

Multiplier les 17 pouces de la surface par les 4 pieds de la hauteur, le produit seroit 68 pouces solides sur pieds quarrés.

pieds quarrés.	pouces ſur pieds.	pouces quarrés.
6	17	12
4		
24	68	48
pieds cubes.	pouces ſolides ſur pieds quarrés.	pouces ſolides courans ſur pieds.

Multiplier encore les 4 pieds de la hauteur par les 12 pouces quarrés de la ſurface, le produit ſeroit 48 pouces ſolides courans ſur pieds : c'eſt-à-dire, 4 pouces ſolides ſur pieds quarrés, leſquels étant joints aux 68, feroient 72 ; c'eſt-à-dire, 6 pieds cubes, qui avec les 24 feroient 30 pour le contenu du corps AD.

Pour avoir le contenu du parallélipipede LO (*Fig.* 25.) qui a ſa ſurface MO de 4 toiſes quarrées, 10 pieds courans ſur toiſes, 6 pieds quarrés ; & ſa hauteur LM de 3 toiſes 2 pieds, il faudroit :

Multiplier les toiſes par les toiſes, 4 par 3 ; le produit ſeroit 12 toiſes cubes.

Multiplier les toiſes par les pieds, 3 par 10, & 4 par 2, les produits ſeroient 30, & 8 pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Multiplier les 2 pieds par les 10, le produit ſeroit 20 pieds ſolides courans ſur toiſes.

Multiplier les 3 toiſes par les 6 pieds quarrés, le produit ſeroit 18 pieds ſolides courans ſur toiſes.

Multiplier les 2 pieds par les 6, le produit ſeroit 12 pieds cubes.

Enfin, additionner tous ces produits, & le corps LO ſe trouveroit contenir 19 toiſes cubes, 2 pieds ſolides ſur toiſes quarrées ; c'eſt-à-dire, un tiers de

toise cube, & 4 pieds solides courans sur toises, ou 24 pieds cubes.

4	10	6	
3	2		
12	30	20	
	8	18	12
19	2	4	0
toises cubes.	pieds solides sur toises quarrése.	pieds solides courans sur toises.	pieds cubes.

Si on avoit encore à mesurer le parallélipipede AD (*Fig.* 26.) qui a sa hauteur AB d'une toise, 2 pieds, 3 pouces; sa longueur BC de 2 toises, 2 pieds, 2 pouces; & sa largeur BE de 4 pieds, 3 pouces; il faudroit réduire les toises en pieds, & compter 8 pieds, 3 pouces pour AB, 14 pieds, 2 pouces pour BC. *Puis*,

Multiplier BC par BE, la surface BCDE se trouveroit contenir 56 pieds quarrés, 50 pouces courans sur pieds, & 6 pouces quarrés.

Multiplier le contenu de cette surface par la hauteur AB, & le corps se trouveroit avoir 496 pieds cubes, 8 pouces solides sur pieds quarrés, 7 pouces solides courans sur pieds, & 6 pouces cubes; ces trois especes de pouces faisant 1242 pouces cubes.



56 . . . . . 50 6
8 3
448 . . . . . 168 . . . . 150 . . . 18
400 48
48 . . . . . . 16 1
496 . . . . 8 . . . . . 7 6

Que si enfin on trouvoit trop de difficulté à ces fractions, on pourroit réduire aussi les pieds en pouces pour n'avoir qu'une sorte de partie, BC auroit 170 pouces, BE 51, & ces deux côtés multipliés l'un par l'autre produiroient 8670 pouces quarrés pour la surface BD; laquelle étant multipliée par la hauteur AB de 99 pouces, le produit seroit 858330 pouces cubes, qui étant divisés par 1728, valeur d'un pied cube, le quotient donneroit pour le contenu du parallélipipede AD, comme ci-dessus; c'est-à-dire, 496 pieds, & 1242 pouces cubes.

PROPOSITION II.

Mesurer le prisme triangulaire BF. (Fig. 27.)

Supposez que l'angle DEF soit droit, & les côtés DE, EF, chacun de quatre pieds. Multipliez DE par la moitié de EF, 4 par 2; le produit 8 pieds quarrés sera l'aire du triangle DEF.

Multipliez ce triangle par la hauteur DB, 8 par 3; le produit 24 pieds cubes sera le contenu du prisme proposé.

Les 6 *quarrés entiers du triangle* DEF, *& les* 4 *demi, qui en font encore* 2 *entiers, ont chacun sous*

ſoi une colonne de 3 *pieds cubes*, *&* 3 *fois* 8 *ſont* 24.

Vous meſurerez le priſme VT de la même maniere ; c'eſt-à-dire, en multipliant l'aire de la ſurface ST par la hauteur SV.

Le contenu du priſme AE (*Fig.* 28.) ſe trouvera en multipliant le plan A par la longueur AE, 4 par 10.

Suppoſez auſſi le priſme CE, (*Fig.* 29.) on le meſurera en multipliant ſa baſe ; c'eſt-à-dire, le rectangle ABCD par la moitié de la hauteur BE ; ou la moitié du rectangle ABCD par la hauteur BE, par exemple, 60 par 2, ou 30 par 4. Le produit 120 ſera le même que ſi l'on avoit multiplié le triangle ABE par la longueur AC, 12 par 10.

PROPOSITION III.

Meſurer le talud d'un Rempart.

Le talud *c e* (*Fig.* 30,) conſidéré ſéparément du corps du Rempart, & terminé par deux triangles *e d m*, *a b c*, qui ſont paralleles entr'eux, eſt proprement un priſme triangulaire ; ainſi on le meſurera par la précédente, ou comme il s'enſuit.

Suppoſez la longueur *a e* de 20 pieds, égale à la longueur *c d.* Elevez du milieu de la pente *a c*, l'aplomb *f g*, puis meſurez *a g*, qui, par exemple, ſera de 4 pieds.

Multipliez ces 4 pieds par les 20 de la longueur *a e*, le produit ſera 80.

Multipliez ces 80 par les 8 de la hauteur *a b*, le produit 640 pieds cubes ſera le ſolide du talud propoſé.

Supposé le rectangle a b g h, *il est égal au triangle* a b c : *car* a c *étant coupé en deux également par* g h, *le triangle* a g f *est égal au triangle* c f h (*suivant la* 59 *du* 2 ;) *d'où il suit que le parallélipipede* b i, *& le prisme taludé* a d, *étant de même longueur* a e, *sont égaux* (*suivant la précédente ;*) *ainsi mesurant l'un, on mesure l'autre.*

Mesurant a e *par* a g, *nous avons eu l'aire du rectangle* a j ; *& multipliant ce rectangle par la hauteur* a b, *nous avons trouvé le contenu du parallélipipede* b j, *& par conséquent, du prisme ou talud proposée* a b c d e.

PROPOSITION IV.

Soit aussi proposé de mesurer le prisme CH *dont les plans rectangles* ABCD, GHIK *sont paralleles entr'eux.* (Fig. 31.)

Supposé que AB soit de 4 toises; AD de 6, HI de 8, & BI de 6. Le rectangle AC sera de 24 toises quarrées, le rectangle GHIK de 48, & la coupe ABIH de 36 (*suivant la 4 du 7.*)

Additionnez les deux rectangles AC, GI; & de leur somme 72, prenez la moitié 36 que vous multiplierez par les 6 de la hauteur BI; le produit 216 toises cubes, sera le contenu du corps proposé : ce que vous vérifierez (*par la* 2) en multipliant les 36 toises de la coupe ABIH par les 6 dela longueur AD, qui produiront les mêmes 216 toises cubes.

Vous trouverez de même le contenu du prisme ou Rempart AG (*Fig.* 32.) en multipliant la moi-

tié de la ſomme des deux rectangles ABCD, EFGH par la hauteur BI.

PROPOSITION V.

Meſurer le corps DF, *compoſé d'un parallélipipede & de deux priſmes.* (Fig. 33.)

Meſurez ces trois parties ſéparément l'une de l'autre; & ſuppoſant AD de 15 pieds, AB de 3, EH de 20, IK de 5, vous trouverez 540 pieds cubes pour le parallélipipede CI; 450 pour le priſme AIL; & 90 pour le priſme AIF.

Faites addition de ces trois ſommes, & vous aurez, pour le contenu du corps propoſé, 1081 pieds cubes.

Autrement :

Meſurez les trois rectangles AC, EG, KH; le premier ſera de 45 pieds quarrés, le deuxieme de 60, le troiſieme de 75; & les trois enſemble feront 180 pieds quarrés.

Prenez la moitié de cette ſomme 180, & la multipliez par la hauteur AI; c'eſt-à-dire, 90 par 12, le produit 1080 ſera égal au précédent.

Si l'on trouve quelque difficulté à meſurer les deux rectangles EG, KH, *ſéparément l'un de l'autre, on aura la valeur des deux enſemble, comme il s'enſuit.*

Meſurez tout le rectangle FGLN, qui ſe trouvera de 160 pieds quarrés.

De cette ſomme, ôtez les 25 du petit rectangle EK, car EI multiplié par IK, 5 par 5, donnera

25,

25, & le reste 135 sera la valeur des deux rectangles.

PROPOSITION VI.

Mesurer une Pyramide. (Fig. 34.)

Multipliez la base ou plan BCDF par le tiers de la perpendiculaire AE, & vous aurez le requis.

Autrement.

Multipliez la hauteur AE, par le tiers de la base, ou enfin multipliez toute la hauteur par toute la base, & le tiers du produit sera le requis.

Que le solide d'une pyramide se trouve en multipliant le tiers de la hauteur par la base; je le démontre.

Supposé que les six faces d'un cube HB, (Fig. 35.) *soient les bases d'autant de pyramides qui aient leurs sommets au centre* A, *ces six pyramides dont le cube sera composé, seront égales.*

2. *Supposé que le côté* BC *soit de* 12 *pouces, toute la base* BCDE, *sera de* 144 *pouces quarrés (suivant la* 1 *du* 7.) *& tout le cube* BH *vaudra* 1728 *pouces cubes (suivant la* 1) *dont la sixieme partie* 288 *sera le contenu de chaque pyramide.*

Or, tout le cube ayant douze pouces de haut, la hauteur de la pyramide ABCDE *sera de* 6, *& le tiers de* 6, *multiplié par la base* BCDE, *c'est-à-dire,* 2 *par* 144, *produira les mêmes* 288 *pouces cubes que nous avons trouvé que valoit chaque pyramide. Donc le contenu d'une pyramide se trouve en multipliant toute la base par le tiers de la hauteur.*



PROPOSITION VII.

Mesurer le reste d'une pyramide, dont la surface supérieure est parallele à la base. (Fig. 36.)

Trouvez le sommet de la pyramide, puis multipliez la base CDEF, par le tiers de la perpendiculaire AB, & vous aurez le contenu de la pyramide entiere BCDEF, (*suivant la précédente.*)

Multipliez aussi la surface supérieure HOI, par le tiers de la hauteur BO, pour avoir la valeur de la partie perdue BHOI, laquelle étant soustraite de celle de la pyramide entiere, restera la valeur de la partie proposée CI.

PROPOSITION VIII.

Mesurer l'Exaëdre irrégulier AG, *dont les surfaces opposées & paralleles* ABCD, EFGH, *sont deux rectangles inégaux & dissemblables.* (Fig. 37.)

Que AB soit de 20 pieds, AC de 8, EF de 15, EH de 3, & la hauteur IK de 12.

Multipliez EF par EH; 15 par 3, le produit 45 pieds quarrés sera la valeur du rectangle EFGH.

Multipliez aussi AB par AC, 20 par 8, le produit 160 sera la valeur du rectangle ABCD.

Mettez ces deux sommes 45, 160, en une 205.

Prenez la différence des côtés EH, AC, qui est 5, & la différence des côtés EF, AB qui est encore 5.

Multipliez ces deux différences l'une par l'autre, 5 par 5, & le produit 25 pieds quarrés, étant souftrait de la fomme précédente 205, reftera 180 pieds quarrés.

Prenez la moitié de ces 180 pieds quarrés, qui eft 90, & la multipliez par la hauteur IK, c'eft-à-dire, par 12, le produit fera 1080 pieds cubes.

Multipliez le produit des deux différences par le tiers de la hauteur IK, 25 par 4; & le produit 100 pieds cubes, joint au précédent 1080, fera la valeur requife 1180 pieds cubes.

Suppofé que l'exaëdre ait quatre parties, (Fig. 38.) *fçavoir un parallélipipede* FGHIDOKP, *deux prifmes* IKNBFP, IKECHO, *& une pyramide* IANKE *: ces parties étant mefurées, en fuppofant* IF *de* 15, HI *de* 3, IK *de* 12, KN *de* 5, *&* AN *de* 5, *le parallélipipede fe trouvera contenir* 540 *pieds cubes* (*fuivant la* 1;) *le premier prifme* 450, *le deuxieme* 90 (*fuivant la* 2;) *la pyramide* 100 (*fuivant la précédente*) *& les quatre fommes jointes enfemble feront les* 1180 *pieds cubes que nous avons dit être le contenu de l'exaëdre.*

Mais fuppofé que l'exaëdre (Fig. 39.) *ayant les mêmes mefures, foit compofé de neuf parties, d'un parallélipipede, de quatre prifmes, & de quatre pyramides : en mefurant auffi ces parties chacune à part, on trouvera encore les mêmes* 1180 *pieds cubes.*

Ceux qui veulent mefurer cet exaëdre en multipliant la moitié de la fomme des deux rectangles FH, BC, *par la hauteur* IK, *peuvent voir qu'ils fe trompent confidérablement ; car au lieu de* 1180

pieds cubes, qui sont le juste contenu de ce corps, ils en trouvent 1230 : l'erreur vient de ce qu'ils le mesurent comme un corps composé seulement de prismes & de parallélipipedes (suivant la 4) ne considérant pas qu'il tient de la pyramide, & qu'il faut mesurer ses parties pyramidales séparément du reste, la maniere de les mesurer en étant différente ; & c'est ce que nous avons fait en multipliant à part les 25 pieds du rectangle ANKE, *par le tiers de la hauteur* IK, *pour avoir le contenu de la partie pyramidale* ANKIE.

PROPOSITION IX.

Mesurer un canal ou fossé AC, *pour sçavoir la quantité de terre qu'on en a tirée.* (Fig. 40.)

Mesurez ce canal comme si c'étoit un prisme ; c'est-à-dire, en supposant AB de 200 toises, AD de 20, HF de 18, & FG de 2.

Mesurez la coupe ADFH (*par la 4 du 7*,) & la multipliez par la longueur AB, 38 par 200, le produit 7600 toises cubes sera le requis. *Ou bien ;*

Multipliez la largeur AD par la longueur AB, 200 par 20, le produit 4000 toises quarrées sera pour la partie supérieure du canal ABCD.

Multipliez ces 4000 toises par la profondeur FG, qui est de 2 ; & du produit 8000 toises cubes, retranchez le solide des deux talus AFHD, lesquels étant chacun de 200 toises cubes (*suivant la 2*,) restera 7600 toises cubes pour le requis.

Autrement. Prenez la moitié des deux largeurs AD, FH ; c'est-à-dire 19, & la multipliez par les 200 de la longueur AB, puis multipliez le pro-

duit 3800 par les 2 de la profondeur, & vous trouverez les mêmes 7600 toises cubes.

PROPOSITION X.

Mesurer la Maçonnerie qui fait le tour ou le bord d'un Bassin de Fontaine. (Fig. 41.)

Soit proposé de mesurer le bord du Bassin exagonal AB, composé de six prismes égaux.

Mesurer un de ces prismes (*par la* 2,) comme A en multipliant la surface supérieure par la hauteur CD; & supposé qu'il se trouve être de 15 pieds cubes, multipliez ces 15 pieds par le nombre des prismes; c'est-à-dire par 6, le produit 90 sera le requis.

PROPOSITION XI.

Mesurer le bord d'un Bassin rond. (Fig. 42.)

Mesurez l'aire du grand cercle AB, & celui du petit CD (*par la* 8 *du* 7.)

Défalquez de l'aire du grand cercle celui du petit, l'aire qui restera sera la différence de deux cercles, qui fait la surface ou partie supérieure du bord du bassin.

Multipliez cette différence AEB, par la hauteur EF, & le produit sera la valeur requise.

PROPOSITION XII.

Mesurer le solide d'un talud AF *qui fait un angle droit rentrant* BHL. (Fig. 43.)

Considérez ce talud comme un solide composé de deux prismes ABCDE, DFGLI.

Mesurer ces prismes (*par la* 3,) & supposé que le premier se trouve être de 300 pieds cubes, le deuxieme de 400; les deux ensemble feront 700.

Retranchez de cette somme la valeur de la pyramide DCHIK, qui est commune aux deux prismes, le reste sera le contenu du talud.

PROPOSITION XIII.

Mesurer le talud de l'angle saillant CEG. (Fig. 44.)

Coupez DH égale à BC, FI égale à BG, puis considérez le talud proposé comme un solide composé de trois parties, deux prismes CH, IG, & une pyramide ABHEI.

Mesurez les prismes (*par la* 3) & la pyramide (*par la* 6.)

PROPOSITION XIV.

Mesurer le solide en talud ABE. (Fig. 45.)

Je suppose que AD, BC sont paralleles, que l'angle BAD est droit, comme il paroît par le plan géométral *a b c d*, & que AB est de 9 pieds, BC de 2, AF de 4, & FE de 8.

Coupez EI égale à BC, puis regardez le solide comme un corps composé de deux parties; d'un prisme ABCIF, & d'une pyramide CDEIH, dont le quarré DEIH est la base, & le point C le sommet.

Mesurez le prisme (*suivant la* 2,) il se trouvera avoir 36 pieds.

Mesurez aussi la pyramide (*suivant la* 6,) elle se

trouvera en avoir 48, & la ſomme de ces deux parties, c'eſt-à-dire 84, ſera la valeur requiſe.

PROPOSITION XV.

Meſurer le talud de l'angle rentrant DLF, *qui eſt obtus.* (Fig. 46.)

Prenez DC égale à NB, EF égale à BG puis ſuppoſant que les parties ABL, BLF, ſont compoſées chacune d'un priſme & d'une pyramide, vous trouverez le ſolide du talud propoſé par la précédente, c'eſt-à-dire en meſurant les deux priſmes BD, GE, & les deux pyramides BLH, BLK.

PROPOSITION XVI.

Meſurer le Dodécaëdre régulier A. (Fig. 47.)

Les ſurfaces du dodécaëdre ſont comme les baſes d'autant de pyramides égales qui ont leurs ſommets au centre de ce corps; *ainſi*,

Meſurez une de ces pyramides (*par la* 6,) & ſuppoſé qu'elle ſe trouve être de 10 pieds cubes, multipliez ces dix pieds par le nombre des pyramides, qui eſt 12, le produit 120 ſera le requis.

PROPOSITION XVII.

Meſurer une Sphere. (Fig. 48.)

Il faut multiplier le diametre par la circonférence de ſon cercle, le produit ſera la ſurface de la Sphere, (*ſuivant Archimede*;) multiplier enſuite le tiers de cette ſurface par le rayon ou demi-diametre, & on aura le requis.

EXEMPLE.

Suppoſez que le diametre AB ſoit de 14 pouces, la circonférence de ſon cercle de 44 ; multipliez ces deux valeurs l'une par l'autre, & le produit 616 pouces quarrés, ſera la valeur de la ſurface de la Sphere.

Prenez le tiers de ces 616 pouces quarrés, qui eſt $205\frac{1}{3}$; & le multipliez par 7, moitié du diametre, le produit 1437, ſera le contenu demandé.

Si on ſuppoſe que les 616 pouces quarrés de la ſurface de cette Sphere, ſont les baſes d'autant de pyramides égales qui ont leurs ſommets au centre ; il eſt évident que, multipliant le tiers de ces baſes (comme ſi toutes n'en faiſoient qu'une) par la hauteur des pyramides, qui eſt le demi-diametre de la Sphere, on a (ſuivant la 6) le contenu des 616 pyramides, & par conſéquent le contenu de la Sphere qui en eſt compoſée.

PROPOSITION XVIII.

Meſurer le contenu d'un Tonneau. (Fig. 49.)

Meſurez l'aire d'un de ſes fonds AB, & celui du plus grand cercle CD pris en dedans, puis multipliez la moitié de la ſomme de ces deux cercles par la longueur du tonneau EF. *Je m'explique ;*

Si le diametre AB eſt de 14 pouces, le diametre CD de 16, leurs cercles feront, le premier de 154 pouces quarrés ; le deuxieme de $201\frac{1}{7}$ (*ſuivant la 8 & 9 du 7*,) & les deux enſemble feront 355 pouces quarrés $\frac{1}{7}$.

De cette ſomme prenez la moitié $177\frac{4}{7}$, & la multipliez

multipliez par la longueur EF de 24 pouces, le produit 4261 pouces cubes $\frac{1}{7}$, sera à-peu-près le contenu demandé.

Il ne faut pas s'imaginer, comme font quelques-uns, que par cette regle le Tonneau n'est mesuré que comme un Vaisseau composé de deux parties de cônes TCVF *; car le produit de la multiplication de la longueur* CF *, par la moitié de la somme des cercles des deux diametres* LN , TV *, donne plus que la valeur d'un Vaisseau tel qu'est* TCVF *, suivant ce que nous avons fait voir dans la huitieme Proposition & ce plus va à-peu-près pour la courbure du tonneau.*

PROPOSITION XIX.

Mesurer une certaine quantité de liqueur proposée (Fig. 50.)

Il faut avoir un bacquet fait bien à l'équerre, & la liqueur y étant versée, la mesurer comme on mesureroit un parallélipipede.

Exemple.

Supposez que le bacquet ait en dedans 8 pouces de long, 4 de large, & qu'étant bien de niveau la liqueur y soit haute de 2.

Multipliez la longueur par la largeur, 8 par 4, & le produit 32, par la hauteur 2, le requis se trouvera de 64 pouces cubes.

Observations.

1. Les parallélipipedes & les prismes de même hauteur, sont entr'eux comme leurs bases. (*Fig.* 51.)

Supposez que le premier parallélipipede, le deuxieme & le prisme suivant aient leurs bases double l'une de l'autre, je veux dire, que la premiere base soit double de la deuxieme, & celle-ci double de la troisieme ; la premiere ayant 8 *pouces quarrés, la deuxieme en aura* 4, *& la troisieme* 2, *& si la hauteur de ces corps est de* 10 *pouces, le premier parallélipipe sera de* 80 *pouces cubes, le deuxieme de* 40, *moitié de* 80, *& le prisme de* 20, *moitié de* 40 (*suivant la* 1 *& la* 2.) *Mais la base du cylindre étant de* 6 *pouces quarrés, le cylindre aura* 60 *pouces cubes, & comme la base du cylindre sera à la base du prisme,* 6 *à* 2 ; *le cylindre sera au prisme,* 60 *à* 20.

Il s'ensuit aussi que,

2. Les pyramides de hauteurs égales, sont en même raison que leurs bases. (*Fig.* 52.)

3. Un prisme & une pyramide de même hauteur & de bases égales, sont en raison de 3 à 1 ; c'est-à-dire, que le prisme est triple de la pyramide. (*Fig.* 53.)

Supposé que le prisme A *& la pyramide* B, *aient* 4 *pieds de hauteur sur des bases de* 9 *pieds quarrés ; le prisme (suivant la* 1) *sera de* 36 *pieds cubes, & la pyramide seulement de* 12 (*suivant la* 6.)

La même chose doit s'entendre du cylindre C *à l'égard du cône* D.

4. Un prisme & une pyramide de même hauteur sont en même raison, que la base du prisme est au tiers de la base de la pyramide ; ou que la base du

prisme prise trois fois, est à la base entiere de la pyramide. (*Fig.* 54.)

EXEMPLE.

Que le prisme A, *&* *la pyramide* B *soient de même hauteur, & que la base de la pyramide soit divisée en trois parties égales*, CH, IK, LD; *le prisme* A, *est à la pyramide* B, *comme sa base* EF *est à* CH, *troisieme partie de la base* CD.

Ou bien. *Supposé le plan* EG *trois fois aussi grand que la base* EF; *le prisme est à la pyramide, comme le plan* EG *est à la base* CD : *de sorte que si le plan* EG *est double ou triple du plan ou base* CD, *le prisme est double ou triple de la pyramide; ce qui est évident par la précédente.*

5. Les corps semblables, par exemple, A & B, (*Fig.* 55.) sont en raison triplée de leurs bases : ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les cubes de leurs côtés homologues.

Que CD, EF, GH, IK, (Fig. 55.) *soient continuellement proportionnelles : la raison de* CD, *à* IK, *est triplée de la raison de* CD *à* EF. (*par la* 66 *du* 1.) *Or, comme le côté* CD *d'un pied, est à* IK *de huit; ou comme le cube* CD *d'un pied est au cube* EF *de huit; aussi la pyramide* A *est à la pyramide* B, *comme un à huit.*

De même, la Sphere L, (Fig. 56.) *est à la Sphere* M, *comme le cube* N *est au cube* O : *ou bien, ce qui est la même chose, la Sphere* L *est à la Sphere* M, *comme son diametre* PP, *est à la quatrieme proportionnelle* T.

Que la pyramide A, (Fig. 57.) *soit à la pyramide* B *en raison d'un à huit : je le démontre.*

Puisque les pyramides A, B, *sont semblables, & que* CD *est d'un pied ou de* 12 *pouces, &* EF *de deux pieds ou de* 24 *pouces ; la hauteur* AV *étant de* 21 *pouces, la hauteur* BX *sera de* 42 *; car comme* EF *est double de* CD, BX *doit aussi être double de* AV. *De plus, les bases* CDGI, EFHK, *étant des quarrés parfaits, la premiere sera de* 144 *pouces quarrés, & la deuxieme de* 576 (*suivant la* 1 *du* 7.) *Cela connu, si on multiplie la premiere base* 144 *par* 7, *tiers de la hauteur* AV *; le produit* 1008, *sera le contenu de la pyramide* A *: & si on multiplie la deuxieme base* 576 *par* 14, *tiers de la hauteur* BX, *le produit* 8064, *octuple du précédent* 1008, *sera le contenu de la pyramide* B. *Donc, la pyramide* A *est à la pyramide* B, *comme un à huit.*

La même démonstration se fera des deux Spheres.

6. Il s'ensuit que pour faire un corps semblable à un autre, mais plus grand ou plus petit ; par exemple, un cube double ou triple du proposé A : (*Fig.* 58.) il faut prendre une ligne IK double ou triple du côté CD ; puis trouver entre ces deux longueurs CD, IK, deux moyennes proportionnelles, EF, GH, (*par la* 54 *du* 3 :) & la seconde EF sera le côté d'un cube double ou triple du proposé.

Si on vouloit faire une suite de corps semblables, de boules, (*Fig.* 59.) par exemple, qui fussent quadruples l'un de l'autre dans une proportion continue ; la premiere A étant donnée de 16

lignes de diametre, il faudroit prendre le diametre PQ de quatre ; puis trouver les deux diametres moyens LM, NO (*par la* 54 *du* 3,) & les boules A, B, C, E, feroient quadruples l'une de l'autre.

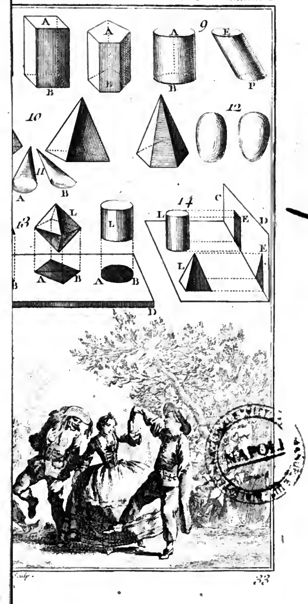
Pour en ajouter une cinquieme, il n'y auroit qu'à trouver son diametre TV proportionnel aux deux diametres PQ, NO, (*suivant la* 49 *du* 3,) & faire la même chose pour une sixieme, une septieme, &c.

Suivant la précédente, la boule A *seroit quadruple de la boule* B, *comme le diametre* IK *le seroit du diametre* PQ *: & le diametre* LM *étant au diametre* TV *comme* IK *à* PQ, *par la raison d'égalité, la boule* B *seroit quadruple de la boule* C, *comme le diametre* LM *seroit quadruple du diametre* TV *; & ainsi des autres boules.*

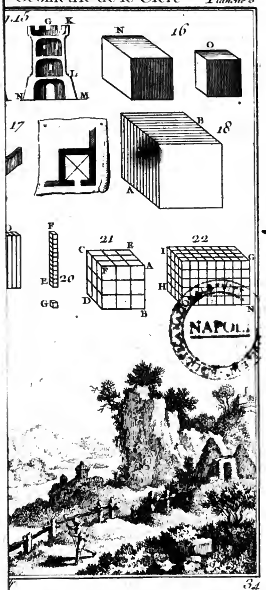




Fig I.re
A
2
B
3
C
4
4
5
6
E
7



Sculp. 33



15
G
K
L
N
M
N
16
O
17
B
18
A
F
21
E
22
C
A
I
G
F
E
20
H
D
G
B
N

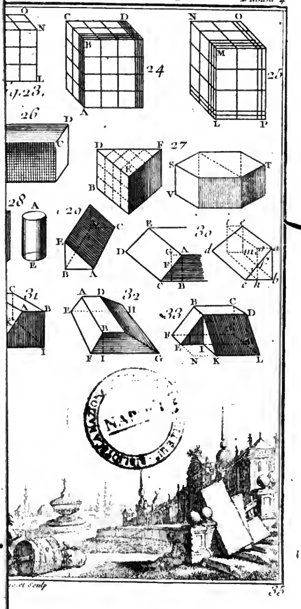
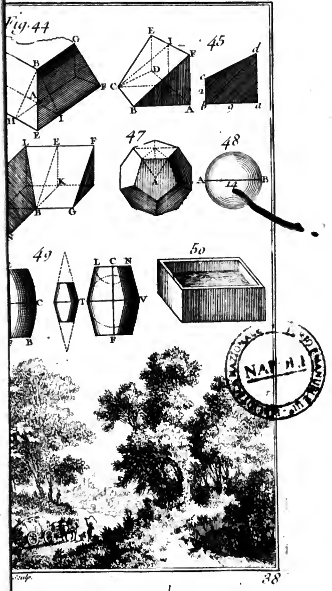

O
N
L
Fig. 23.
C
D
B
A
24
N
O
M
L
P
25
26
D
C
D
F
E
B
27
S
T
V
28
A
E
29
C
E
B
A
E
30
D
G
A
d
F
C
B
31
C
A
B
I
A
D
32
E
H
B
F
I
G
33
B
C
D
F
E
I
N
K
L
et Sculp
35

Fig 34
A
F
D D
E B E
B C D
C
35 H
36
B
I
H I
A O
D C
D E F
C
37
I G
F
D
K
B
H G
38 F
C D
E K
A N B

...Sculp.

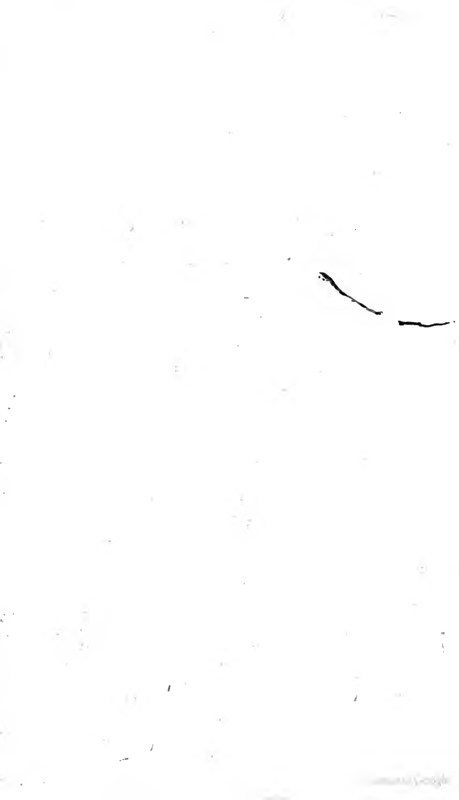
H
L
F
Fig. 39
K
A N
B
41
B
C
D
B
C
40
A G
I
D
F
H
E
F
D
D
F
E
K
C
I
G
L
H
B A
B
43

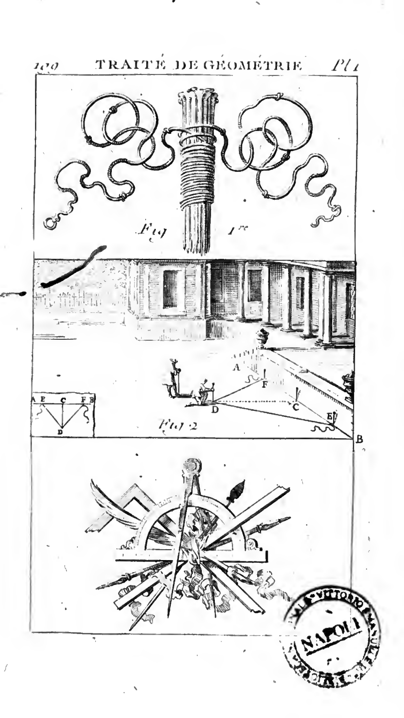

Fig. 44
45
47
48
49
50
Sculp.
38

51 52 53 54 56 57 59

ulp.






Fig 1re
A
F
D
C
E
B
A E C F B
D
Fig 2



CHAPITRE X.

PRATIQUES SUR LE TERREIN, Où l'on enseigne à lever des Plans, à en tracer, & à mesurer toutes sortes de dimensions inaccessibles.

ON travaille sur le terrein avec divers instrumens; ceux dont on use le plus, sont le Cordeau, le Demi-cercle, le Compas de proportion, & la Planchette.

USAGE DU CORDEAU.

Le Cordeau (Fig. 1.) *peut être simple & de telle longueur qu'on voudra, mais étant divisé, il est de dix toises pour l'ordinaire, & les divisions y sont marquées par des nœuds faits de six pieds en six pieds; c'est-à-dire, de toise en toise.*

PROPOSITION I.

Du piquet C, *conduire sur le pré une ligne qui fasse des angles égaux avec le mur* AB. (Fig. 2.)

Fichez près du mur AB, deux piquets E, F, également éloignés du piquet C, à la distance d'environ deux ou trois toises.

Prenez le cordeau par le milieu D, & faites porter ses deux bouts, l'un au piquet E, & l'autre au piquet F, puis le tenant bandé de part & d'autre, fichez le piquet D, par lequel vous conduirez la ligne demandée. (*Voyez la* 4 *du* 3.)

PROPOSITION II.

Tirer sur le pré ou terrein, & au piquet B, *une ligne qui fasse un angle droit avec le mur* AB. (Fig. 3.)

Pliez le cordeau en deux, & le tenant par le milieu avec un piquet C, faites porter un de ses bouts au piquet B, & l'autre à quelque distance de-là, par exemple au piquet D, qu'on aura fiché à volonté contre le mur.

Plantez le piquet C, tenant le cordeau tendu de part & d'autre, de maniere qu'il fasse un triangle isoscele BCD.

Levez le bout du cordeau qui est au piquet B & le portez en E, prenant garde que CE soit une ligne droite avec CD; puis menez BE qui fera un angle droit avec AB, (*suivant la* 5 *du* 3.)

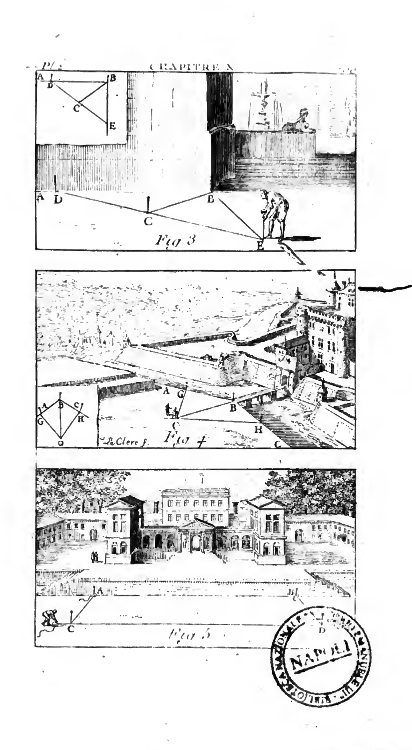
PROPOSITION III.

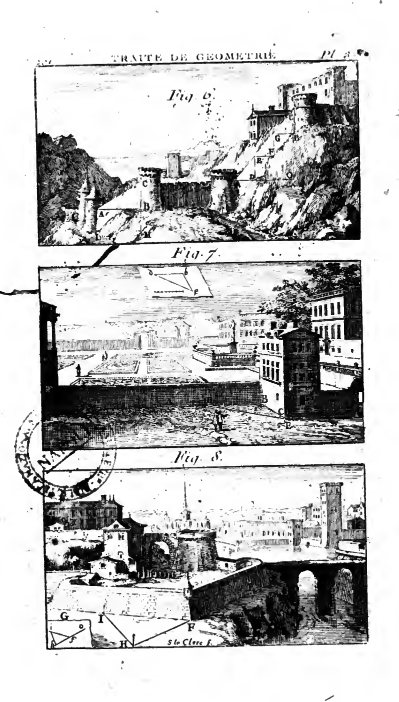
Couper l'angle ABC *en deux également.* (Fig. 4.)

Plantez deux piquets G, H, en égale distance de la pointe de l'angle B.

Prenez deux parties égales de cordeau HO, GO, & BO coupera l'angle en deux. (*suivant la* 3 *du* 3.)

PROP.


A
D
B
C
E
A
D
C
B
E
Fig 3
A
G
B
C
H
G
A
B
C
H
O
C
H
C
Le Clerc f.
Fig. 4
A
B
C
D
Fig 5
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI


Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
G
I
F
H
S le Clerc f.

PROPOSITION IV.

Du piquet C, mener un cordeau parallele au mur AB. (Fig. 5.)

Prenez avec le cordeau la diſtance BD égale à la diſtance AB (*ſuivant la 8 du* 3.)

PROPOSITION V.

Lever le plan d'un mur AC *bâti ſur la deſcente d'une montagne, ou plutôt meſurer ce mur pour en avoir le plan.* (Fig. 6.)

Meſurez ſa longueur par la ligne de niveau AB, ou par les trois AD, EF, GB; leſquelles, priſes enſemble, ſont égales à la ſeule de niveau AO.

Il y a de la différence entre meſurer un mur comme celui-ci pour le toiſé de la Maçonnerie, & le meſurer pour en lever le plan.

Dans le premier cas, le mur doit être meſuré par toute ſa longueur AC, *mais dans le ſecond cas, il le faut meſurer ſeulement par la longueur qu'il auroit ſur des fondemens pris ſans aucune pente, comme* LM.

PROPOSITION VI.

Lever le plan de l'angle rentrant B, *c'eſt-à-dire, décrire ſur du papier, un angle égal à celui des deux murs* ABC. (Fig. 7.)

Plantez les piquets D, E, à quatre ou cinq toiſes de la pointe de l'angle B.

Meſurez la diſtance qui eſt entre les piquets D, E, puis faites ſur du papier, le triangle *b* ſembla-

ble au triangle BDE, (*par la* 30 *du* 3,) & vous aurez l'angle *b*, égal à l'angle B.

PROPOSITION VII.

Lever le plan de l'angle ſaillant EFO. (Fig. 8.)

Attachez le cordeau par un bout à l'angle F, & le tendez vers H, faiſant une ligne droite avec EF.

Prenez FH de 5 ou 6 toiſes, & FI d'autant.

Meſurez la diſtance des deux piquets HI.

Faites un triangle *f i h*, ſemblable au triangle FIH (*par la* 30 *du* 3,) & l'angle extérieur *o f i* ſera le requis.

PROPOSITION VIII.

Tracer ſur le terrein un triangle ſemblable au propoſé ABC. (Fig. 9.)

Prenez trois parties de cordeau D, E, F, chacune d'autant de toiſes qu'il y en a d'écrites ſur les côtés du triangle ABC.

Les lignes ſe tracent ſur le terrein avec une bêche ou quelqu'autre inſtrument propre à couper la terre.

PROPOSITION IX.

Lever le plan d'un mur compoſé de pluſieurs angles A, B, C, D. (Fig. 10.)

Tendez le cordeau AI, & dans ſon alignement plantez les piquets, G, H, L, &c. vis-à-vis des angles B, C, D, &c.

 Fig 9

C 7 10 A 10 B

F E D

Fig 10

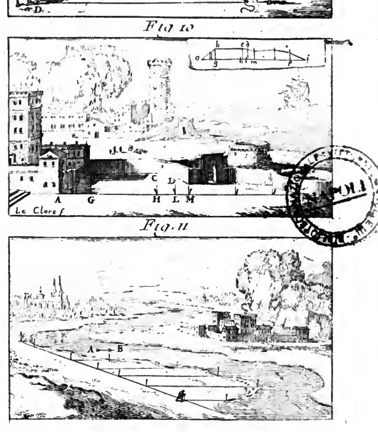


Fig. 11

Mesurez les perpendiculaires GB, HC, LD, & toutes les parties du cordeau AI.

Tirez sur du papier une ligne *a i*, & la divisez par le moyen d'une petite échelle, aux points *g*, *h*, *l*, *m*, *n*, comme le cordeau AI est divisé par les piquets G, H, L, M, N.

De tous ces points *g*, *h*, *l*, *m*, *n*, élevez des perpendiculaires *g b*, *h c*, &c. & les terminez entr'elles suivant les mesures des perpendiculaires GB, HC, &c. puis par leurs extrémités décrivez le plan demandé *a*, *b*, *c*, *d*, *i*.

Le serpentement d'une riviere (Fig. 11.) *se désignera de même, & le courant de l'eau peut être marqué par une fleche* AB, *qu'on sçait aller toujours la pointe devant.*

PROPOSITION X.

Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piece de terre qu'on voudra. (Fig. 12.)

Tendez un cordeau tout au travers, par exemple, de l'angle A à l'angle B.

De cette ligne, que nous appellons ordinairement ligne maîtresse, observez la situation de tous les angles du pré (*par la précédente.*)

Les lignes CE, DH, *&c. peuvent être conduites à angles égaux sur* AB, *par le moyen d'une grande Equerre, comme la figure le fait voir.*



PROPOSITION XI.

Lever le plan d'un Château par le dehors. (Fig. 13.)

Environnez le Château par de grandes lignes maîtresses DEFCH, & mesurez exactement leurs longueurs & l'ouverture des angles qu'elles feront entr'elles.

Ces grands alignemens DEFCH, *se feront ou de cordeau, ou seulement de rayons visuels; & pour les angles, outre qu'on en peut prendre les ouvertures par les manieres précédentes, ils se peuvent aussi mesurer par le recipiangle, qui est un instrument composé de deux grandes regles de bois, qui s'ouvrent & se serrent à la maniere d'un compas.*

De ces lignes maîtresses, observez tout le contour du Château (*par la précédente*) tenant un mémoire exact de la valeur de toutes les lignes & de tous les angles que vous mesurez.

Un plan se commence sur les lieux par un simple brouillon qu'on fait à vue; c'est-à-dire, sans regle & sans compas, mais qu'on charge par des chiffres, de la juste valeur des lignes & des angles qu'on mesure sur le terrein; & sur ce brouillon on fait son plan ou dessein au net, lorsqu'on est de retour à la maison.

USAGE DU DEMI-CERCLE.

Le demi-cercle (Fig. 14.) *dont on use sur le terrein à une alhidade ou regle mobile avec des pinules;*

TRAITE DE GEOMETRIE.

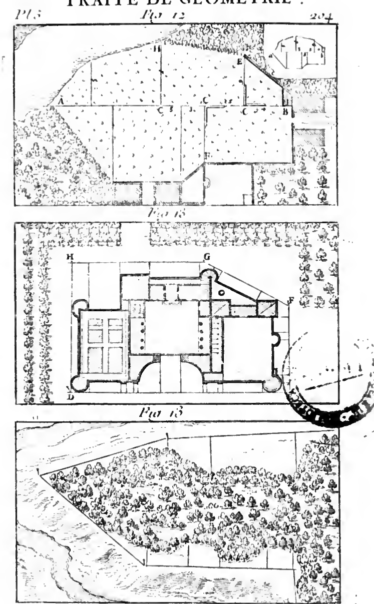


Fig. 14.

Fig. 15.

C F D E A B

Fig. 16.

B A C D

c'est-à-dire, des visieres, & un pied au-dessus duquel il se meut & se tourne à toutes sortes de biais, par le moyen d'une charniere ou machine qu'on nomme genoüil.

PROPOSITION I.

Mesurer une largeur de riviere, par exemple, BC. (Fig. 15.)

Prenez sur le rivage une base BA de dix, vingt, trente toises ou plus, si la riviere est d'une largeur considérable.

Posez le demi-cercle en A, & mesurez l'angle BAC en dirigeant les deux regles de l'instrument, l'une vers B, & l'autre vers C.

Mesurez de la même maniere l'angle ABC.

Tirez sur votre papier une base DE, d'autant de petites parties que vous aurez donné de toises à la base BA, puis faites les angles D, E, égaux aux angles B, A, (*par la* 11 *du* 3,) & la ligne DF contiendra autant de petites parties de l'échelle DE, que la largeur BC contiendra de toises (*suivant la* 53 *du* 2.)

PROPOSITION II.

Mesurer l'angle rentrant ABC, *qu'un fossé plein d'eau rend inaccessible.* (Fig. 16.)

Mettez-vous sur le bord du fossé à quelqu'endroit comme D, d'où le mur AB soit enfilé, & y plantez un piquet.

Plantez aussi le piquet E dans l'enfilade CB.

Mesurez avec le demi-cercle les angles D, E, qui,

par exemple, ſont, l'un de 62 degrés, & l'autre de 58.

Faites l'addition de ces deux angles, puis tirez leur ſomme 120 de 180, le reſte 60 ſera la valeur de l'angle B (*ſuivant la* 1 *du* 8.)

PROPOSITION III.

Meſurer l'angle ſaillant ABC, *duquel on ne peut approcher.* (Fig. 17.)

Plantez les piquets D, E, en ligne droite avec les faces AB, BC.

Meſurez les angles D, E, & ſuppoſé que le premier ſe trouve de 40 degrés, le deuxieme de 50, le troiſieme B ſera de 90 (*par la* 1 *du* 8,) & l'angle ABC d'autant (*ſuivant la* 19 *du* 2.)

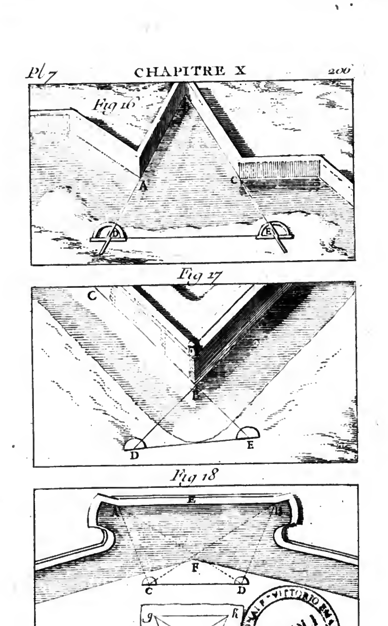
PROPOSITION IV.

Meſurer la courtine AB, *ayant le foſſé* EF *entre deux.* (Fig. 18.)

Prenez ſur le bord du foſſé une baſe à volonté, *par exemple*, CD de 30 toiſes.

Des extrémités de cette baſe CD, dirigez avec le demi-cercle des rayons vers les points A & B, en obſervant la valeur des angles BDA, BDC, comme auſſi des angles ACB, ACD.

Décrivez la figure *efgb*, ſemblable à la figure ABCD, (*par la* 29 *du* 3,) & la baſe *ef* étant faite de 30 petites parties, par rapport à la baſe CD, qui eſt de 30 toiſes, vous connoîtrez la longueur de la courtine AB, par le nombre des petites parties qui ſe trouveront compriſes dans la ligne *gb*.


Fig 16
A
C
D
E
Fig 17
C
D
E
Fig 18
E
A
B
F
C
D
g
h
e
30
f

G

10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110

A L D O E B

Fig 19

F

C

G

L

Fig 19

I H

Usage du Compas de Proportion.

Le Compas de proportion (Fig. 19.) *a pour jambes deux regles de cuivre, sur lesquelles il y a d'ordinaire quatre paires de lignes gravées, dont l'une, qu'on nomme des cordes, & qui est destinée à la mesure des angles, est celle qui sert sur le terrein.*

Les deux lignes AB, AC *qui sont cette paire, sont divisées chacune en* 180 *parties qui répondent par ordre aux* 180 *degrés de leur demi-cercle, comme il paroît par la figure* ABC.

Aux extrémités de ces deux lignes, sont des pinules qui servent à diriger les rayons visuels, & le compas est monté sur un pied, avec un genoüil semblable à celui du demi-cercle.

PROPOSITION I.

Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra, par exemple, soit proposé de faire un angle de 40 degrés au point L. (Fig. 19.)

Prenez avec un compas commun la corde AD de 40 degrés. Ouvrez le compas de proportion tant que les cordes de 60 degrés AE, AF soient éloignées l'une de l'autre par leurs extrêmités E, F, d'une ouverture égale à celle des pointes du compas commun; c'est-à-dire, ouvrez le compas de proportion jusqu'à ce que la corde de l'arc EF se trouve égale à la corde AD, & l'angle EAF sera de 40 degrés.

Si on veut faire un angle de 50 *ou* 60 *degrés, il faut ouvrir le compas de proportion, jusqu'à ce que* EF *soit égal à la corde de* 50 *degrés* AO, *ou à*

celle de 60 AE, *& ainsi de tous les autres angles.*

PROPOSITION II.

Mesurer l'angle IGH. (Fig. 20.)

Posez le compas de proportion à trois ou quatre pieds de l'angle G, par exemple en L, puis tendez des cordeaux LM, LN, paralleles aux deux murs GH, GI, afin d'avoir l'angle MLN, égal à l'angle HGI.

Accommodez les jambes du compas de proportion, ou pour mieux dire, dirigez leurs lignes des cordes sur les cordeaux LM, LN; & le compas étant ainsi ouvert, d'un angle égal au proposé, le nombre des degrés de son ouverture se trouvera comme s'ensuit.

Prenez avec un compas commun, la distance EFI qui est entre les points de 60 degrés.

Portez cette ouverture de compas commun sur une des lignes des cordes, & trouvant qu'elle embrasse la corde AD de 140 degrés, concluez que l'angle est ouvert de 140 degrés.

USAGE DE LA PLANCHETTE.

La Planchette (Fig. 21.) *est un ais d'environ douze ou quinze pouces en quarré, monté sur un pied à trois branches.*

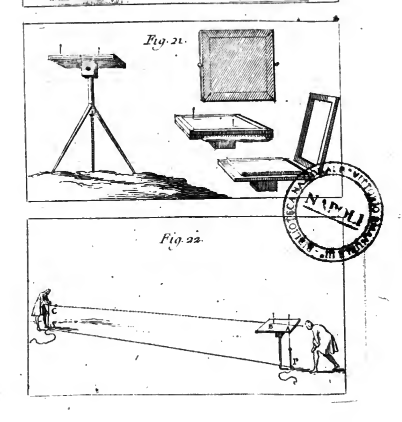
On travaille sur cette Planchette comme sur une petite table, le papier y est arrêté avec un chassis qui s'emboîte au bord, & les lignes qu'on tire dessus, se dirigent par des épingles qu'on fait servir de visieres & de petits piquets.

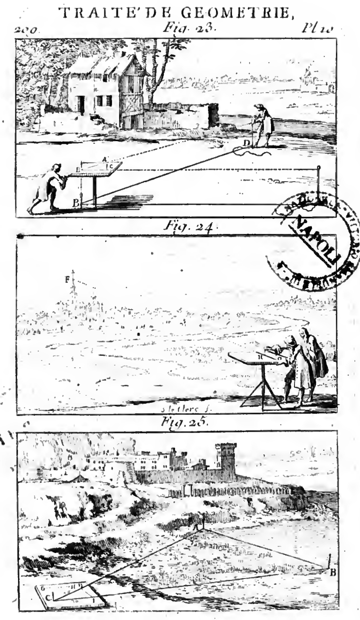
PROP.

CHAPITRE X.

Pl. 9. *Fig. 20.* *208*

G
A
L
E
F
D
H
I
M
N




Fig. 23.
A
B
C
D
B
Fig. 24.
F
B
C
S. le Clerc f.
Fig. 25.
A
B
C

PROPOSITION I.

Tirer une ligne ſur le terrein qui réponde à la ligne AB *propoſée ſur la planchette.* (Fig. 22.)

Fichez ſur la ligne propoſée AB, deux épingles; l'une à l'extrêmité A, & l'autre à l'extrêmité B.

Plantez dans le terrein un piquet P, directement au-deſſous de l'épingle A.

Attachez le cordeau par un bout à ce piquet P, & quelqu'un portant l'autre bout avec un piquet C, faites diriger le cordeau PS, ſous la ligne AB; je veux dire, faites planter le piquet C dans le rayon viſuel ABC, & le cordeau étant bien tendu fera la ligne demandée.

PROPOSITION II.

Un angle ABC *étant propoſé ſur la planchette, en aligner un ſemblable ſur le terrein.* (Fig. 23.)

Tendez ſur le terrein les cordeaux BD, BE, préciſément ſous les lignes BA, BC (*par la précédente.*)

PROPOSITION III.

Du point O, *donné ſur la planchette, tirer une ligne vers quelqu'endroit propoſé, par exemple, vers le clocher* F. (Fig. 24.)

Fichez une épingle bien à plomb au point O, & regardant le clocher F, par le bas de cette épingle, plantez dans le rayon viſuel OF, & vers le bord de la planchette, une autre épingle H, puis tirez la ligne demandée OH.

PROPOSITION IV.

Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais AB. (Fig. 25.)

Placez la planchette à quelqu'endroit comme C, d'ou vous puissiez aller en lignes droites vers les buts A & B; & d'un point C pris sur la planchette, dirigez les rayons, sçavoir CD vers A, & CE vers B.

Mesurez les longueurs CA, CB, & les raccourcissez proportionnellement sur la planchette par le moyen d'une petite échelle : par exemple, si CA est de 36 toises & CB de 30, prenez sur l'échelle GH 36 petites parties pour CD, 30 pour CE; & le nombre des petites parties de la ligne DE vous fera connoître combien il y aura de toises du point A au point B. (*suivant la* 58 *du* 2.)

PROPOSITION V.

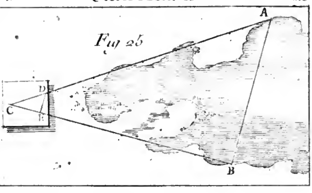
Etant donné un plan sur la planchette, en tracer un semblable sur le terrein. (Fig. 26.)

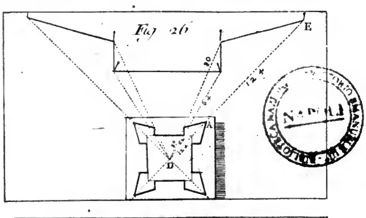
Posez la planchette dans le milieu du terrein où vous avez à exécuter le plan proposé ; qui, par exemple est d'un petit Fort, dont la longueur de chaque rayon est connue par les chiffres qui sont écrits dessus.

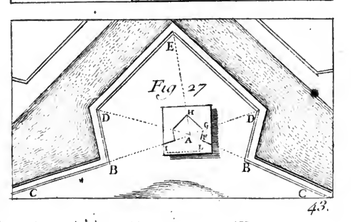
Dirigez avec le cordeau des rayons sur le terrein, qui répondent à ceux du plan donné sur la planchette, (*par la* 1) par exemple, le rayon DA est chiffré de 124 toises, prenez le cordeau DE de 124 toises, & ainsi du reste. (*Voyez la* 6 *du* 6.)

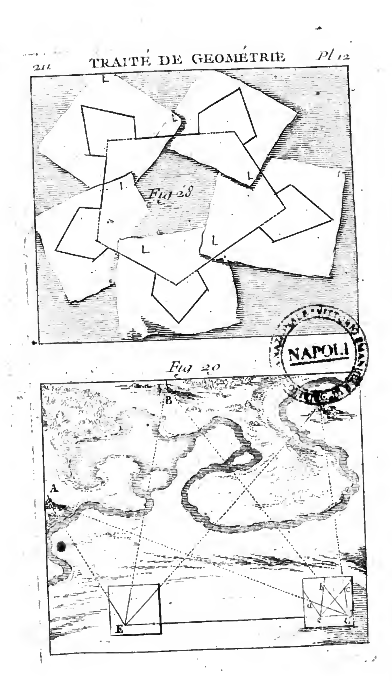





Fig 25
A
D
C
E
B


Fig 26
E
10
12 4
A
D


E
Fig 27
H
D
G
D
A
L
B
B
C
C


Fig 28
L
L
L
L
L
L
L
Fig 20
B
A
E
a
b
c
e
G

PROPOSITION VI.

Lever le plan d'une place, & premierement du baſtion DED. (Fig. 27.)

Poſez la planchette dans la gorge du baſtion, à l'endroit A, d'où vous pourrez enfiler les deux courtines BC, BC.

Du point A pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers tous les angles du baſtion.

Meſurez les rayons AB, AD, AE, &c.

Raccourciſſez ces rayons proportionnellement ſur la planchette, par le moyen d'une échelle IL.

Menez FG, GH, HG, &c. & vous aurez le plan du baſtion propoſé.

Mettez une autre feuille de papier ſur la planchette, puis faites le plan du baſtion ſuivant, & paſſez ainſi de baſtion en baſtion juſqu'au dernier, en obſervant la longueur des courtines.

Tous les baſtions de la place étant tracés avec leurs courtines, ſur autant de morceaux de papier, vous les aſſemblerez ſur une table (*Fig.* 28.) & ſi la clôture du plan ne ſe trouve pas juſte, je veux dire, ſi aſſemblant ces parties, la premiere ne ſe rapporte pas tout-à-fait avec la derniere, il faudra regagner ce défaut en ouvrant ou reſſerrant tant ſoit peu chaque angle de la figure.

PROPOSITION VII.

Lever la ſituation de pluſieurs Villages en même tems ; par exemple, de trois Villages A, B, C. (Fig. 29.)

Choiſiſſez un terrein où vous puiſſiez avoir une

ase de cinq ou six cents toises, & plus s'il est pos-
.ble ; & que de ses extrêmités E, G, on découvre
:s villages proposés.

A l'une des extrêmités de cette base, comme E, ꞇ du point E, pris sur la planchette, dirigez des ayons vers les clochers ou lieux apparens de ces ·illages, & un autre rayon vers le piquet G, (*sui-ant la* 3.)

De ce dernier rayon faites une base sur la planchette, qui réponde à celle que vous avez prise sur : terrein, & écrivez sur chaque rayon le nom du ·illage où il est dirigé.

Transportez la planchette en G, & la tournez de orte que la base *e d* que vous avez tirée dessus, se rouve au-dessus de celle du terrein EG. *Puis* ;

Du point G pris sur la planchette, dirigez aussi des ayons vers les villages A, B, C, & les points *a*, , *c*, où ils couperont les rayons de la premiere staion, seront en distance avec leurs bases *e d*, comme es trois villages A, B, C, avec leur base EG.

En dirigeant les rayons visuels, il faut avoir soin ue la planchette soit toujours de niveau, & jamais nclinée ; cette circonstance est absolument nécessaire our bien réussir.

PROPOSITION VIII.

Conduire du point A, *une ligne parallele à la muraille* CD, *de laquelle on ne peut approcher.* (Fig. 30.)

Plantez la planchette B à quelqu'endroit assez loigné du point A.

Du point B, dirigez sur la planchette des rayons ·ers les points A, C, D.

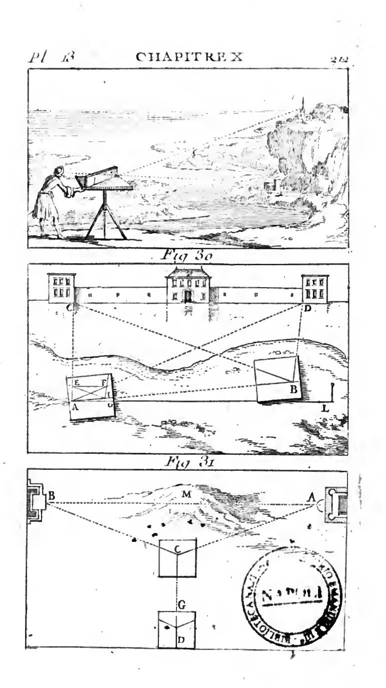


Fig 30

Fig 31

Transſportez la planchette en A, & la poſez de telle ſorte que le rayon AI faſſe partie du rayon AB.

Du point A dirigez les rayons AC, AD, & par les points où ils couperont ceux de la premiere ſtation, menez FH, laquelle ſera parallele à CD.

Menez ſur la planchette la ligne AO, parallele à FH, & ſous cette ligne tirez ſur le terrein la demandée AL (*par la* 1.)

PROPOSITION IX.

Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas. (Fig. 31.)

Suppoſé que la montagne M empêche qu'on voye du point B, le lieu A vers lequel on doit tirer une ligne.

Avancez en quelqu'endroit C, d'où vous puiſſiez découvrir les deux points A & B.

En ce lieu, & du point C pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers A & B, & un troiſieme vers un autre point comme D, d'où l'on pourra auſſi découvrir les mêmes points A & B.

Tranſportez la planchette en D; & la plantez de maniere que le rayon DG pris ſur la planchette, ſe trouve ſur le rayon DC; puis du point D, dirigez les ſeconds rayons DA, DB.

Des points E, F où ces rayons couperont les premiers, menez la ligne EF, & enfin faites (*par la* 2.) l'angle HBI égal à l'angle DEF, & BI ſera dirigée vers le lieu propoſé A.



PROPOSITION X.

Diviſer le Pré BF *en deux parties égales par une ligne droite menée du point* G. (Fig. 32.)

Levez un plan du pré propoſé.

Diviſez ce plan HI en deux également, par la ligne LM (*ſuivant la* 12 *du* 5.)

Meſurez exactement OM, MI, puis coupez RF en S, comme OI l'eſt en M, & la ligne GS fera le partage demandé.

PROPOSITION XI.

Meſurer la hauteur d'un Bâtiment AB, *qui eſt à plomb ſur un pavé bien de niveau* AG. (Fig. 33.)

Poſez la planchette bien à plomb en quelque lieu commode, par exemple, en C.

Tirez ſur cette planchette la parallele DH.

Du point D tirez le rayon DE vers l'extrêmité du bâtiment B.

Prolongez ce rayon juſques ſur le pavé en G.

Voyez le nombre de pieds qu'il y a entre A & G, & coupez DH d'autant de petites parties.

Elevez la perpendiculaire HE, elle contiendra autant de petites parties de la ligne DH, que la hauteur AB contiendra de pieds (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

PROPOSITION XII.

Meſurer la hauteur AB, *de laquelle on ne ſçauroit approcher.* (Fig. 34.)

Tirez ſur la planchette une baſe *c d.*

A la hauteur de cette baſe, tendez un fil NM par

Fig. 31.

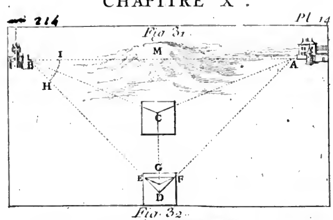


Fig. 32.

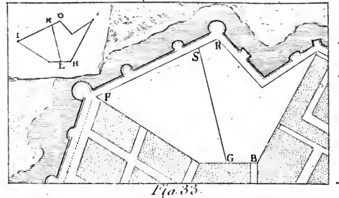
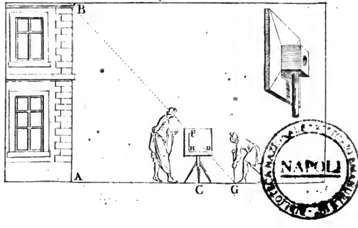
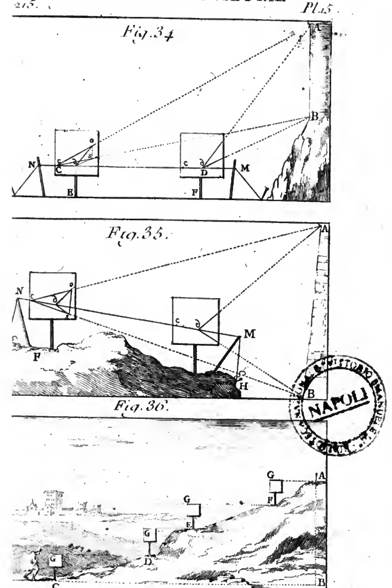


Fig. 33.




Fig. 34
A
B
N
C
c
o
s
E
c
D
F
M
Fig. 35.
A
N
c
o
s
F
c
M
H
B
Fig. 36.
G
A
F
G
E
G
D
G
C
B

le moyen de deux bâtons, comme il paroît par cette figure.

Sur ce fil marquez une longueur CD de ſept ou huit pieds, ou plus, laquelle ſervira de baſe pour le terrein.

Du point *d*, dirigez ſur la planchette deux rayons; l'un vers A, & l'autre vers B.

Tranſportez la planchette en E, & l'ajuſtez de maniere que le point *c* ſe trouve ſur le point C, de même que la baſe *c d*, ſur la baſe CD.

Tirez du point *c* deux autres rayons vers les points A & B, & les points où ils couperont les premiers rayons, donneront la hauteur *o s* qui ſera à la petite baſe *c d*, comme AB eſt à la grande baſe CD.

PROPOSITION XIII.

Meſurer ſur le terrein inégal & penchant FH, *une hauteur inacceſſible* AB. (Fig. 35.)

La pratique de cette propoſition eſt ſemblable à la précédente, & la différence de terrein ne change rien dans l'opération.

PROPOSITION XIV.

Meſurer la hauteur de la montagne AB. (Fig. 36.)

Poſez la planchette bien à plomb au pied de la montagne.

Dirigez un rayon GD par le côté ſupérieur de la planchette.

Tranſportez la planchette en D, & là, dirigez un autre rayon de niveau GE.

Continuez la même choſe juſqu'au ſommet A, & le nombre des ſtations donnera la hauteur AB, car ſuppoſé dix ſtations, la planchette ayant 4 pieds de

haut, ce fera 40 pieds pour la hauteur de la montagne.

Par la même pratique on connoîtra la defcente AC & la diftance BC, en mefurant les rayons GD, GE, GF, &c.

PROPOSITION XV.

Mefurer le talud du rempart AB. (Fig. 37.)

Prenez une pique & attachez au bout un plomb qui defcende au bas du foffé.

Tenez cette pique couchée fur le haut du rempart & l'avancez jufqu'à ce que le plomb tombe fur le défaut du talud B; fa faillie AD dans le foffé, fera égale à la mefure demandée CB (*fuivant la* 38 *du* 2.)

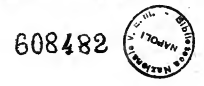
PROPOSITION XVI.

Mefurer la hauteur des étages, fenêtres, portes, & autres parties de la face d'une maifon. (Fig. 38.)

Placez-vous à quelque diftance de la maifon, par exemple, en A, & vous tenant arrêté ferme, & fans mouvoir la tête, marquez fur une regle ou canne OG, qu'on tiendra droite devant vous, le paffage des rayons vifuels par lefquels vous verrez les hauteurs à mefurer; & les parties BFIKG feront entr'elles comme les parties DFHLC.

Mefurez enfuite avec un pied ou une toife, la partie inférieure du bâtiment DF, qui vous eft acceffible, & fuppofé qu'elle fe trouve être de 8 pieds, divifez BF en 8 parties égales, cette divifion fera une échelle pour mefurer les parties FIKG.

FIN.



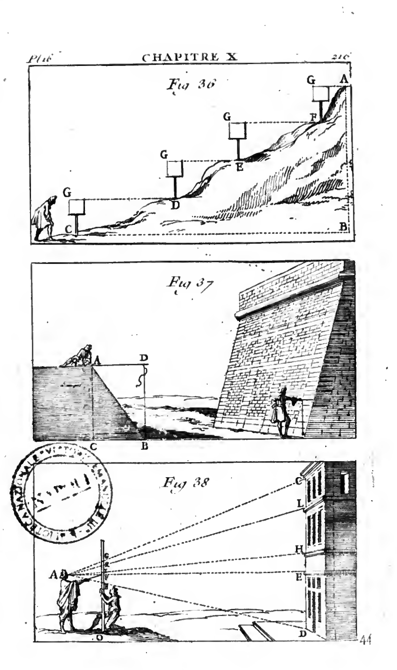

Fig 36
G
A
G
F
G
E
G
D
C
B
Fig 37
A
D
C
B
Fig 38
C
L
H
A
E
O
D
44



TABLE DES CHAPITRES ET DES PROPOSITIONS

Contenues dans ce Traité de Géométrie.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITIONS.

CHAPITRE SECOND.

CHAPITRE TROISIEME.

De la Pratique des lignes, des angles, & des figures.

CHAPITRE QUATRIEME.

De la Réduction ou Transformation des Plans.

CHAPITRE CINQUIEME.

De la division des Plans.

CHAPITRE SIXIEME.

De la maniere d'assembler les Plans, de les retrancher les uns des autres, & de les agrandir ou diminuer selon quelque quantité proposée.

CHAPITRE SEPTIEME.

CHAPITRE HUITIEME.

Usage des Logarithmes.

CHAPITRE NEUVIEME.

Des Corps ou Solides.

CHAPITRE DIXIEME.

Pratiques sur le terrein, où l'on enseigne à lever des Plans, à en tracer, & à mesurer toutes sortes de dimensions inaccessibles.

Usage du Cordeau.

Usage du Demi-cercle.

Usage du Compas de Proportion.

Usage de la Planchette.

Fin de la Table des Chapitres.



